

■原著論文/ORIGINAL PAPER■

予混合～拡散燃焼場に適用可能な統一的燃焼モデルの提案とその評価
(第一報 基本モデルの構築)A Proposal of United Combustion Model for Premixed and Diffusion Flames and Its
Evaluation (1st Report: Estimation of the Fundamental Model)

稲毛 真一*

INAGE, Shin-ichi*

日立製作所 電力・電機開発研究所 ターボ機械研究開発センタ 〒312-0034 茨城県ひたちなか市堀口 832-2
Hitachi, Ltd. Power & Industrial Systems R & D Laboratory, 832-2 Horiguchi, hitachinaka-shi Ibaraki-ken, 312-0034 Japan

2007年7月11日受付; 2007年10月10日受理/Received 11 July, 2007; Accepted 10 October, 2007

Abstract : The united model, which is applicable to the premixed and diffusion flame using of author's premixed combustion model[2-4], was proposed. It has the following features, 1) The model includes the laminar flame speed and the gradient of the mixing fraction. When the gradient of the mixing fraction is close to zero, then the model is also close to the existing premixed combustion model. 2) By the laminar flame speed, the effects of the pressure in the combustor, unburned gas temperature, and the flame stretch on the combustion were considered to the model. 3) The model is applicable with all the turbulence model like k - ϵ model, LES and direct simulation, on the case of the wrinkled laminar flame. The effect of the turbulence is considered through the eddy viscosity of each turbulence model.

Key Words : United combustion model, Premixed flame, Diffusion flame, Combustion model, Numerical simulation

1. 緒言

近年、数値解析技術の発展や大型計算機の発達により、数百万メッシュ規模のガスタービン実燃焼器体系での解析が比較的容易に行われつつある[1]。ガスタービン実燃焼器の試験は、高温・高圧空気下で行われるため、膨大なコストが必要となる。その一部でも、数値計算にて代替できれば、燃焼器開発の大きな加速が期待される。現状のガスタービン燃焼器は、 NO_x 、 CO 他 of 厳しい環境規制値に應えるために、希薄予混合燃焼方式が主流となっている。一方で、予混合燃焼方式では、燃焼振動や失火の問題が生じやすくなる。その課題を克服するため、一部拡散燃焼方式のパイロットバーナー部を設けることにより、火炎の安定性を向上させている。そのため、実燃焼器内の燃焼を高精度に予測・評価するためには、予混合燃焼と拡散燃焼が混在する燃焼場の解析技術が必須である。しかし、予混合燃焼と拡散燃焼は反応支配か拡散支配かで、現象として両極端をなすものである。従来提案されてきた燃焼モデルは、どちらか片方に主眼をおいたものがほとんどであり、実用上

は、それらをハイブリッド的に組み合わせたものとなっている。燃焼モデルとしては、両者を統一的に取り扱いが可能で、燃料の空間分布、燃料の局所勾配がゼロに漸近した時に、予混合燃焼モデルに漸近するようなシームレスであることが望ましい。著者は、予混合燃焼を対象に、層流～乱流場に適用でき、燃焼器内圧力、空気温度の影響を含み、かつ火炎伸張による消炎効果を考慮した HTA (Hyperbolic Tangent Approximation) 燃焼モデルを提案[2,3]し、複雑な乱流燃焼場に適用し、検証してきた[4,5]。本研究では、その HTA モデルをベースに統一的な燃焼モデルを構築する。ここで言う「統一的な」とは、層流及び乱流場の予混合～拡散及びその中間の燃焼状態に適用可能なモデルを指し、更に燃焼モデル中に燃焼場の圧力、未燃焼ガスの温度の影響、火炎伸張の効果を含むものである。特に、乱流場の場合、 k - ϵ モデル、 LES 等の乱流モデル毎にモデル式を変更する必要なく、一つの式で統一的に適用可能なモデルを提案するものである。

記号及び略号

A_{O_2} : 空気中の酸素の質量分率 (-)
 c : 反応進行度 (-)

* Corresponding author. E-mail: shinichi.inage.wk@hitachi.com

C : 平均反応進行度 (-)
 C_p : 定圧比熱 kJ/(kg · K)
 D : 拡散係数 (m²/s)
 f : 混合分率 (-)
 g : 速度勾配 (1/s)
 k : 乱流エネルギー (m²/s²)
 Ka : Karlovitz 数 (-)
 I_0 : 火炎伸張の度合い (-)
 M_i : 成分 i の分子量 (g/mol)
 Su : 層流燃焼速度 (m/s)
 S_t : 乱流燃焼速度 (m/s)
 x : 座標 (m)
 Y_i : 成分 i の質量分率 (-)

α : 頻度因子 (mol/m³/s)
 $\hat{\alpha}$: f の関数 (-)
 β : Δx の関数 (-)
 δ : 火炎帯の厚み (m)
 Δc : c の微小変化 (-)
 Δf : f の最大値 - 最小値 (-)
 Δx : 反応が一定と置ける距離 (m)
 ε : 乱流エネルギーの散逸率 (m²/s³)
 λ : 熱伝導率 $\times 10^{-3}$ W/(m · K)
 ρ : 密度 (kg/m³)
 ω : 反応速度 ((kg/m³)/s)

添字

b : 既燃焼状態を示す
 CH_4 : CH_4 に関する量を示す
 CO_2 : CO_2 に関する量を示す
 f : 混合分率に関する量を示す
 H_2O : 水に関する量を示す
 N_2 : 窒素に関する量を示す
 O_2 : 酸素に関する量を示す
 st : 理論当量比における物理量を示す
 t : 乱流に関する量を示す
 T_{max} : 最大温度位置での物理量を示す
 u : 未燃焼状態を示す

2. 拡散燃焼モデルの構築

2.1. 数学的準備

今、燃焼の例として、以下のようなメタン・空気系の反応を考える。



火炎内の各種成分の質量分率 Y_i は、混合分率 f と反応進行度 c を導入する事により、以下の式で評価できる。

1) $f < f_{st}$ (燃料希薄側)

$$Y_{CH_4} = f(1 - c) \quad (2)$$

$$Y_{O_2} = A_{O_2} \left\{ (1 - f)(1 - c) + \left(1 - \frac{f}{f_{st}} \right) c \right\} \quad (3)$$

$$Y_{CO_2} = \frac{M_{CO_2}}{M_{CH_4}} fc = P_{CO_2} c \quad (4)$$

$$Y_{H_2O} = \frac{2M_{H_2O}}{M_{CH_4}} fc = P_{H_2O} c \quad (5)$$

$$Y_{N_2} = 1 - Y_{CH_4} - Y_{O_2} - Y_{CO_2} - Y_{H_2O} \quad (6)$$

2) $f > f_{st}$ (燃料過濃側)

$$Y_{CH_4} = f(1 - c) + \frac{f - f_{st}}{1 - f_{st}} c \quad (7)$$

$$Y_{O_2} = A_{O_2} (1 - f)(1 - c) \quad (8)$$

$$Y_{CO_2} = \frac{A_{O_2} M_{CO_2}}{2M_{O_2}} (1 - f)c = P_{CO_2} c \quad (9)$$

$$Y_{H_2O} = \frac{A_{O_2} M_{H_2O}}{M_{O_2}} (1 - f)c = P_{H_2O} c \quad (10)$$

$$Y_{N_2} = 1 - Y_{CH_4} - Y_{O_2} - Y_{CO_2} - Y_{H_2O} \quad (11)$$

ここに、 A_{O_2} : 空気中の酸素の質量分率、添え字 st : 理論当量比の値、 P_{CO_2} 、 P_{H_2O} : 燃焼ガス中の CO_2 及び H_2O の割合である。これは、拡散燃焼、予混合燃焼共通に成立する。拡散燃焼の場合は、 f が火炎帯中で分布を持つ事が特徴である。なお、拡散燃焼は狭い反応帯と、その周囲の反応がほとんどない燃料側と酸化剤側の拡散層により構成されると表すのが一般的である。上記の表現では、燃料希薄側の極限を酸化剤側、燃料過濃側の極限を燃料側と考えている。上式のように、 f 及び c の分布が判れば、火炎帯中の成分の質量分率の分布が予測できる。予混合火炎では f は一定値であり、反応進行度 c は一般に図1のような分布をなし、火炎帯を通じて 0 (未燃焼状態) ~ 1 (完全燃焼) まで単調に増加する関数となる。図では、原点を $c = 0.5$ の点としている。

層流予混合燃焼の場合には、反応進行度の一次元定常輸送方程式は、以下のように書ける。

$$\rho_u Su \frac{dc}{dx} = \rho D \frac{d^2 c}{dx^2} + \omega \quad (12)$$

上式で、 ρ_u : 未燃焼気体の密度、 Su : 層流燃焼速度、 D : 拡散係数、 ω : 反応速度である。適切な ω を与える事により、(12) の解として、図1のような分布が与えられる。一般に、層流の場合は、 ω として Arrhenius 式のような指数関数型が

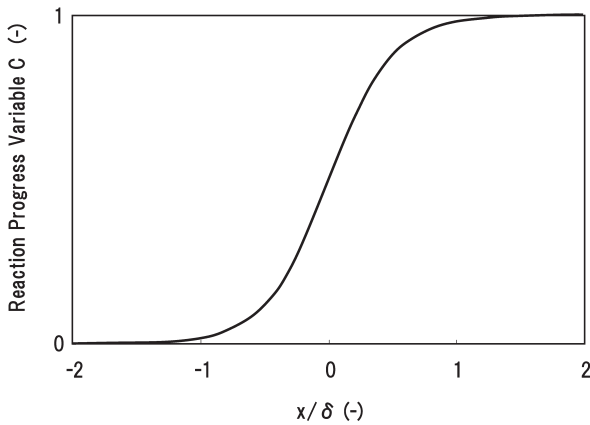


Fig.1 Typical distribution of reactive progress variable through the premixed flame

選ばれる。但し，*Arrhenius* 型の場合，非線形性が強いために，解析解として反応進行度の分布を得るのは一般には容易ではない。そこで，一般に 0 ～ 1 まで単調に増加する関数の性質を調べるために，以下の関数を導入する[3].

$$\psi = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{2x}{\delta} \right) \right) \quad (13)$$

ここに， δ ：反応進行度 c の分布の厚みであり，以下で定義する。

$$\delta = 1 / \left(\frac{dc}{dx} \right)_{\max} \quad (14)$$

(13) の *Hyperbolic Tangent* 関数は，以下の様に， x に関する ψ の微分に座標 x に関する情報を含まないのが特徴である。

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{4}{\delta} \psi(1-\psi) \quad (15)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{4}{\delta} (1-2\psi) \frac{d\psi}{dx} = \frac{16}{\delta^2} \psi(1-\psi)(1-2\psi) \quad (16)$$

一般に $x = -\infty \sim \infty$ の範囲で 0 ～ 1 間を単調増加する関数 c は，(13) で定義した関数 ψ にて，次のようなテイラー展開が可能である。

$$c = \psi + \frac{\delta^2}{2} \left(\frac{d^2c}{dx^2} \right)_{x=0} \left(\psi - \frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{4}{3} + \frac{\delta^3}{6} \left(\frac{d^3c}{dx^3} \right)_{x=0} \right) \left(\psi - \frac{1}{2} \right)^3 \dots \quad (17)$$

(17) 右辺の第二項以降は，0 ～ 1 を越えるオーバーシュート，アンダーシュートを生じるが，級数式として c に漸近する。一方で，右辺第一項の ψ は，それ自身が火炎帯中の

反応進行度分布が持つ基本的なパターンを満足する。そこで，一次元予混合火炎帯内の反応進行度分布 c を，(17) の第一項を用いて，次の様に与える。

$$c = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{2x}{\delta} \right) \right) \quad (18)$$

この表現は，反応進行度の分布形状が原点 0 に対して非対称性が弱い場合には，特に有効である。

2.2. 予混合燃焼モデルの概要

著者が以前導出した層流及び乱流予混合燃焼の概要を以下に示す。

まず，一次元層流予混合火炎を考え，火炎帯内での反応進行度を次式の *tanh* 関数で近似する。

$$c = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{2x}{\delta} \right) \right) \quad (19)$$

ここに， δ は火炎帯の厚みである。(19) を使うメリットは， c の微分が，

$$\frac{dc}{dx} = \frac{4}{\delta} c(1-c) \quad (20)$$

$$\frac{d^2c}{dx^2} = \frac{4}{\delta} (1-2c) \frac{dc}{dx} = \frac{16}{\delta^2} c(1-c)(1-2c) \quad (21)$$

のように座標情報 x を含まず， c の代数関数のみで記述できる点にある。(19) の近似を妥当とすると，層流燃焼速度 S_u と火炎厚み δ の間には次の関係が成立する[2].

$$S_u = \frac{4\lambda_i}{\rho_u C_{p_i} \delta} \quad (22)$$

ここに， λ_i ：熱伝導率， C_{p_i} ：定圧比熱であり， i は未燃焼ガス温度と断熱火炎温度の平均温度での物理量である。また，(20) ～ (22) を一次元層流火炎帯内の反応進行度の輸送式，

$$\rho_u S_u \frac{dc}{dx} = \rho D \frac{d^2c}{dx^2} + \omega \quad (23)$$

に適用し，*Lewis* 数を 1 とすると，層流予混合燃焼モデル ω が逆算できて，

$$\omega = \frac{8\rho_u S_u}{\delta} c^2(1-c) \quad (24)$$

となる。更に，一次元乱流火炎帯において，層流と同様の考え方をを用いると，乱流予混合燃焼モデルとして，

$$\omega_t = \frac{8\rho_u S_t}{\delta_t} C^2(1-C) = 8\rho_u \left(\frac{S_u}{\delta} + \frac{5\varepsilon}{3k} \right) C^2(1-C) \quad (25)$$

を得ている。ここに， S_t ：乱流燃焼速度， δ_t ：乱流火炎帯の厚み， k ：乱流エネルギー， ε ： k の散逸率， C ：時間或い

は空間平均の c である. S_t と δ_t の間にも, (22) と類似の以下の関係が成立する.

$$S_t = \frac{4(\lambda_i + \lambda_t)}{\rho_u C p_i \delta_t} \quad (26)$$

ここに, λ_t : 乱流熱伝導率である. *Wrinkled laminar flame* のように乱れが比較的小さい場合には, (25) において,

$$\frac{Su}{\delta} \gg \frac{5\varepsilon}{3k} \quad \therefore \frac{Su}{\delta} \equiv \frac{S_t}{\delta_t} \quad (27)$$

が成立し, (24) の反応速度にて層流～乱流の予混合燃焼に対応可能となる. (24) には陽に乱流の効果は含まれていないが, 乱流の効果は, 反応進行度 C の輸送式中の乱流拡散係数により考慮される. これから, (24) は *Wrinkled laminar flame* においては, 乱流モデルに依存せず, 乱流拡散係数を $k-\varepsilon$ モデルのような時間平均, *LES* のような空間平均, 更に直接シミュレーションに対しても適用可能である. (24) で層流燃焼速度 S_u を評価する必要があるが, S_u は理論式で与えても, 実験値を用いても良い. なお, 燃焼場の圧力及び未燃焼ガスの温度及び予混合気の燃料の質量分率が決まれば, S_u は一義的に決定され, 燃焼に対する圧力, 温度, 燃空比の影響を全て包含したモデルである.

2.3. 燃料の質量分率のモデル化・概念

予混合～拡散及びその中間の燃焼状態を統一的に扱うには, 混合分率 f の分布を適切に与える必要がある. 拡散燃焼の形態においても, 酸化剤, 燃料の組み合わせにより, ①酸化剤・燃料: 空気・燃料系, ②酸化剤・燃料: 空気・予混合気系, ③酸化剤・燃料: 予混合気・燃料系の3ケースが考えられる. 混合分率 f は, 各ケースにおいて図2に示す分布となる. ①の場合, f は $0 \sim 1$ となり, ②の場合, f は $0 \sim f_0$, ③の場合, f は $f_0 \sim 1$ となる. ここに, f_0 は予混合気の混合分率である. 今, 簡単のために, 層流拡散火炎に垂直方向座標の火炎帯を考える. その火炎帯中において, 上記①～③共通で成り立つ, 混合分率分布の近似式を

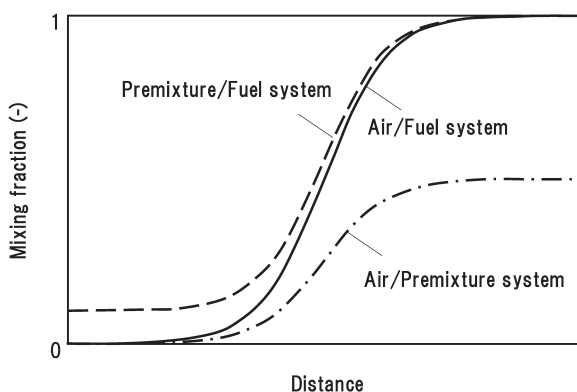


Fig.2 Comparison of the typical distribution of the mixing fraction through the diffusion flame

考える. 混合分率 f の分布は, 最大値/最小値が如何に変化しても予混合火炎帯内の反応進行度と同様に単調増加関数であり, 以下のように近似する.

$$\begin{aligned} f &= \frac{\Delta f}{2} \left(\frac{f_{\max} + f_{\min}}{\Delta f} + \tanh \left(\frac{2x}{\delta_f} \right) \right) \\ &= \frac{\Delta f}{2} \left(\frac{f_{\max} + f_{\min}}{\Delta f} - 1 + 1 + \tanh \left(\frac{2x}{\delta_f} \right) \right) \\ &= \frac{f_{\max} + f_{\min} - \Delta f}{2} + \frac{\Delta f}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{2x}{\delta_f} \right) \right) \\ &= f_{\min} + \frac{\Delta f}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{2x}{\delta_f} \right) \right) \end{aligned} \quad (28)$$

ここに, $f_{\min}$: 体系内の最小混合分率, $\Delta f = (f_{\max} - f_{\min})$, $f_{\max}$: 体系内の最大混合分率であり, 例えば, 空気・燃料系の拡散燃焼の場合にはそれぞれ $f_{\min} = 0$, $f_{\max} = 1$ である. 予混合燃焼の場合は, $f_{\max} = f_{\min} = f$ であり, 予混合気の混合分率と一致する.

上式の表現を用いると,

$$\frac{df}{dx} = \frac{4(f - f_{\min})(f_{\max} - f)}{\delta_f \Delta f} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f}{dx^2} &= \frac{16(f - f_{\min})(f_{\max} - f)(f_{\max} + f_{\min} - 2f)}{\delta_f^2 \Delta f^2} \\ &= \frac{32(f - f_{\min})(f_{\max} - f)(f_{\text{mean}} - f)}{\delta_f^2 \Delta f^2} \end{aligned} \quad (30)$$

ここで, $f_{\text{mean}} = (f_{\max} + f_{\min})/2$ であり, 平均の混合分率である. (28) において, Δf , $f_{\min}$ を指定する事により, 予混合～拡散及びその中間の燃焼状態の一次元混合分率分布を近似できる. $\Delta f \rightarrow 0$ の場合, 式 (29), (30) の各分子は分母中の Δf 及び Δf^2 よりも早く 0 に収束するために, (29), (30) 共に 0 に収束する.

上式を対向流拡散火炎の軸方向座標に適用して δ_f を評価してみる. 対向流拡散火炎の軸方向座標における f の一次元保存式は,

$$\rho u \frac{df}{dx} = \rho D \frac{d^2 f}{dx^2} \quad (31)$$

であり, (29), (30) を代入して,

$$u = 8D \frac{(f_{\text{mean}} - f)}{\delta_f \Delta f} \quad (32)$$

を得る. 層流対向流拡散燃焼における流速分布として, ポテンシャル流れを仮定することにより, x 軸に沿った気体の流速は, 以下で書ける.

$$u = -gx \quad (33)$$

ここに, g : 速度勾配である. (32) 及び (33) を x で微分すると,

$$\frac{du}{dx} = -8D \frac{1}{\delta_f \Delta f} \frac{df}{dx} = -g \quad (34)$$

ここで, $f = 1/2$ すなわち, $x = 0$ での勾配が一致するように δ_f を決定する. (29) より, $x = 0$ 位置では,

$$\begin{aligned} \left(\frac{df}{dx} \right)_{x=0} &= \frac{4(f_{mean} - f_{min})(f_{max} - f_{mean})}{\delta_f \Delta f} \\ &= \frac{\Delta f^2}{\delta_f \Delta f} = \frac{\Delta f}{\delta_f} \end{aligned} \quad (35)$$

よって, (34) は,

$$\frac{8D}{\delta_f^2} = g \quad (36)$$

$$\therefore \delta_f = \sqrt{\frac{8D}{g}} \quad (37)$$

(37) で定義される f 分布の厚みは拡散係数及び流れ場により決定され, f に分布がある時にのみ, 物理的な意味を持つ事に注意を要する. 今のモデルにおいては, f の分布の厚み $\delta_f \rightarrow \infty$ の極限を拡散燃焼→予混合燃焼と考えるのではなく, $\Delta f \rightarrow 0$ を拡散燃焼→予混合燃焼と考える事により, 結果として, f の一次勾配 (29), 二次勾配 (30) を 0 に漸近させている.

2.4. 拡散燃焼モデルの基本概念及びその導出

燃焼場中の各成分の質量分率を混合分率 f と反応進行度 c により求める場合, 拡散燃焼と予混合燃焼とで反応進行度の分布の在り方を区別する必要がある. 本来, 予混合燃焼における反応進行度 c は空間に対して分布を持つことが本質であり, それにより火炎内の温度, 質量分率他の物理量分布を決定する. 一方拡散燃焼場では, 混合分率 f を導入する事により, 数学的には反応進行度 c を定義できるが, c は各混合分率における点情報となる. これは, 予混合燃焼の発想にたてば, 拡散燃焼場では各混合分率 f において, 瞬時, 或いは厚みゼロにて予混合燃焼が完了, 或いは $0 \rightarrow c$ に至ることを意味する. 富永らが提案している 2-scalar Flamelet モデル[1]は, この視点に立ったモデルと言える. 但し, 現実の予混合燃焼の完了には有限の厚みが必要であり, 特に, 火炎厚みが大きくなる燃料希薄側及び燃料過濃側では, 困難な仮定である. この拡散燃焼場と予混合燃焼場の反応進行度における点情報と空間情報の差異が, 両者の統一的取扱を困難にしていたと考える.

一方, 反応の面では, 予混合燃焼の場合, 反応進行度 c

は空間に対して分布を持つ一方で, 各位置の反応速度は各点の反応進行度の点情報だけで決定できる特徴を持つ. すなわち (24) の燃焼モデルであれば, Su/δ 及び各点の反応進行度の三次関数のみで決定され, その周囲の反応進行度の値には一切依存しない. この予混合と拡散燃焼の差異による困難を克服し, 統一的な燃焼モデルを構築するために, 拡散燃焼場に対して, 反応速度に空間情報を導入することを考える. 予混合燃焼: [反応進行度→空間情報, 反応速度→局所点情報] に対して, 拡散燃焼: [反応進行度→局所点情報, 反応速度→空間情報] の組み合わせが導入できれば, 両者を統合できる対応関係を持たせることができる. そこで, 拡散燃焼では, 反応速度が対象とする混合分率 f の反応進行度だけでなく, 周囲点の反応進行度にも依存するとし, その結果として, 反応進行度 c が各混合分率における点情報として与えられると仮定する. すなわち, 拡散燃焼の場合, ある点での反応速度は, その点での反応進行度のみに決定されず, ある範囲内の反応進行度の積分量, 又は平均量に依存すると考える.

まず, ある混合分率の点における反応速度が, その前後の混合分率のどの程度の領域から影響を受けるかを評価する. 影響範囲は対象とする混合分率における予混合燃焼火炎の厚み δ と混合分率の勾配 (df/dx) に依存すると考える. すなわち, 厚み δ が非常に薄い, 或いは勾配 (df/dx) が非常に小さい場合には, 予混合燃焼に漸近し, 周囲からの反応進行度からの寄与は小さくなると期待できる. 次で定義する ϑ は,

$$\vartheta = \frac{df}{dx} \delta \quad (38)$$

拡散燃焼場の各混合分率において, どの程度の領域から反応の影響を受けるかの一つの指標となりえる候補と考える. 予混合燃焼の場合, ϑ はゼロであり, 局所の反応進行度のみに反応速度が決定できることになる.

次に, 以下で, 周囲からの反応を考慮した場合の燃焼反応速度を, 予混合燃焼モデル (24) を用いて検討する. 今, 拡散火炎内において, 上記 ϑ を関数として含む Δx を考える. Δx は, 混合分率 f 分布上のある混合分率において燃焼反応が, 周囲から影響を受ける空間の範囲とする. Δx は離散的な値を意味するのではなく, ある混合分率における燃焼反応が周囲の反応進行度から影響を受ける空間の範囲を示す. この Δx が, 反応に対して各位置の f に付随していると考ええる. 簡単のために, Δx の範囲では反動的には f が一定と見なせるとする. 本来, 拡散燃焼では f が分布するので, 領域 Δx 内で (24) 中の Su/δ も変化する. しかし, Su/δ は f の複雑な関数であるために, 容易に解析解を見出し得ない. そのため, Δx 内で Su/δ は一定とし, 周囲の反応進行度が, 評価位置での反応速度に対して, どのように影響するかを見ることにする. 評価位置の f で与えられる局所予混合火炎の厚みは, f 及び未燃焼気体の温度, 燃焼場圧力により一義的に決定される. $\Delta x \rightarrow 0$ であれば, 燃焼反応は予混合

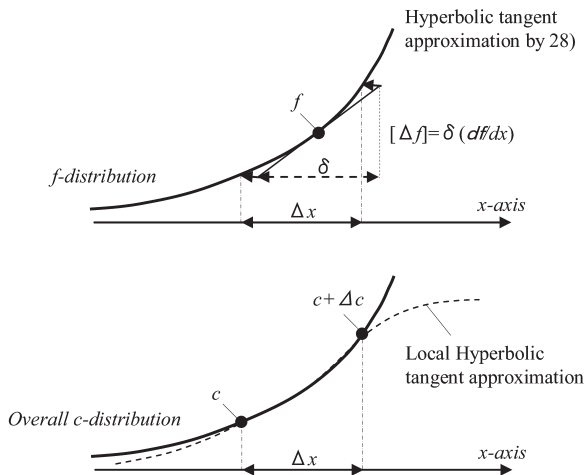


Fig.3 Concept of the present modeling

燃焼と完全に等価であり、各位置の反応進行度のみで決定される。一方、 Δx が有限値を持てば、燃焼反応は周囲の反応からの影響を考慮する必要がある。今、拡散燃焼場において、図3のように各 f に付随して定義される Δx 内では、仮想的に局所予混合火炎の一部が実現されているものとする。反応進行度 c が、 Δx 間の局所的予混合燃焼のプロファイルを経て、 $c \rightarrow c + \Delta c$ と変化する事を考える。その Δx 内の平均燃焼反応速度を $\hat{\omega}$ とすると、次式が成立する。

$$\hat{\omega} \cdot \Delta x = \int_x^{x+\Delta x} \omega dx \quad (39)$$

$$\therefore \hat{\omega} = \frac{1}{\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} \omega dx \quad (39')$$

この $\hat{\omega}$ を、拡散燃焼火炎のある f に対する周囲からの反応を考慮した、評価混合分率 f での燃焼反応速度と見なす。すなわち、拡散燃焼は、各燃料の質量分率に沿って局所な予混合火炎が分布したものであり、局所的には予混合燃焼モデルが成立するが、拡散火炎全体から見ると、局所の反応速度は Δx における予混合火炎の平均反応場で表現されるという考え方である。局所の予混合燃焼場として見ると、燃焼モデルは (24) で与えられる。すなわち、

$$\omega = \frac{8\rho_u Su}{\delta} c^2 (1-c) \quad (40)$$

今、反応的視点では燃料の質量分率が一定と見なせる微小距離 Δx の間では、局所的な予混合燃焼反応が成立する考えると、微小距離 Δx の間での平均反応速度は、(20) を用いて、

$$\begin{aligned} \hat{\omega} &= \frac{1}{\Delta x} \int_x^{x+\Delta x} \frac{8\rho_u Su}{\delta} c^2 (1-c) dx \\ &= \frac{1}{\Delta x} \int_c^{c+\Delta c} 2\rho_u Su \cdot c dc \end{aligned} \quad (41)$$

ここで、計算を簡単にするために、微小距離 Δx 内では、層流燃焼速度 Su を一定と見なした。

$$\begin{aligned} \therefore \hat{\omega} &= \frac{\rho_u Su}{\Delta x} \int_c^{c+\Delta c} 2c dc \\ &= \frac{\rho_u Su}{\Delta x} [(c + \Delta c)^2 - c^2] \end{aligned} \quad (42)$$

今、局所予混合火炎と見なせる場においても、 c の分布関数は (19) の $\tanh$ 型で近似できる関数の一部として表現できるものと仮定する。但し、各 f 位置の局所で $\tanh$ 関数を定義するので、各 $\tanh$ 関数に用いられる x 座標の原点は、 f 分布に用いている x 座標とずれる。各 f において局所 $\tanh$ 関数で近似した反応進行度 $c = 0.5$ の点が、各 f における原点である。各 f における局所の座標を x_f とする。なお、原点がずれるだけなので、 x と x_f の微分値は同じである。その場合、 $x_f = x_f$ で $c = c$ であり、 $x_f = x_f + \Delta x$ で $c = c + \Delta c$ であるので、(19) 型の関数に対して $\tanh$ 関数の和の公式を用いると、

$$\begin{aligned} c + \Delta c &= \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{2(x_f + \Delta x)}{\delta} \right) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{2x_f}{\delta} + \frac{2\Delta x}{\delta} \right) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\tanh \left(\frac{2x_f}{\delta} \right) + \tanh \left(\frac{2\Delta x}{\delta} \right)}{1 + \tanh \left(\frac{2x_f}{\delta} \right) \tanh \left(\frac{2\Delta x}{\delta} \right)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\tanh \left(\frac{2x_f}{\delta} \right) + \hat{\alpha}}{1 + \hat{\alpha} \tanh \left(\frac{2x_f}{\delta} \right)} \right) \end{aligned} \quad (43)$$

ここに、

$$\hat{\alpha} = \tanh \left(\frac{2\Delta x}{\delta} \right) \quad (44)$$

また、

$$\tanh \left(\frac{2x_f}{\delta} \right) = 2c - 1 \quad (45)$$

が成立するので、式 (43) は、

$$\begin{aligned} c + \Delta c &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2c - 1 + \hat{\alpha}}{1 + \hat{\alpha}(2c - 1)} \right) \\ &= \frac{1 + 2\hat{\alpha}c - \hat{\alpha} + 2c - 1 + \hat{\alpha}}{2(1 + \hat{\alpha}(2c - 1))} \\ &= \frac{c(1 + \hat{\alpha})}{1 + \hat{\alpha}(2c - 1)} \end{aligned} \quad (46)$$

よって，

$$\begin{aligned}
 (c + \Delta c)^2 - c^2 &= \frac{c^2(1 + \hat{\alpha})^2}{(1 + \hat{\alpha}(2c - 1))^2} - c^2 \\
 &= c^2 \frac{(1 + \hat{\alpha})^2 - (1 + \hat{\alpha}(2c - 1))^2}{(1 + \hat{\alpha}(2c - 1))^2} \\
 &= c^2 \frac{(1 + \hat{\alpha} + 1 + 2\hat{\alpha}c - \hat{\alpha})(1 + \hat{\alpha} - 1 - 2\hat{\alpha}c + \hat{\alpha})}{(1 + \hat{\alpha}(2c - 1))^2} \\
 &= 4c^2 \frac{\hat{\alpha}(1 + \hat{\alpha})(1 - c)}{(1 + \hat{\alpha}(2c - 1))^2} \quad (47)
 \end{aligned}$$

よって，領域 Δx 内での反応速度は，

$$\hat{\omega}(x) = 4 \frac{\rho_u Su}{\Delta x} c^2 (1 - c) \frac{\hat{\alpha}(1 + \hat{\alpha}c)}{(1 + \hat{\alpha}(2c - 1))^2} \quad (48)$$

上式で， $\Delta x \rightarrow 0$ の場合，

$$\hat{\alpha} = \tanh\left(\frac{2\Delta x}{\delta}\right) \doteq \frac{2\Delta x}{\delta} \rightarrow 0 \quad (49)$$

であるから，

$$\hat{\omega}(x) \rightarrow 8 \frac{\rho_u Su}{\delta} c^2 (1 - c) \quad (50)$$

であり，明らかに予混合燃焼モデル (24) に漸近する．これは，拡散燃焼では混合分率 f 周囲の反応進行度の空間情報を考慮した反応モデルであり，予混合燃焼では，点情報での反応進行度により決定されるモデルの形式となっている．

次に，燃焼モデルを f の関数として具現化するために， Δx を評価する．そのために，上記 (38) で定義した ϑ を用いる．(38) は，ある混合分率 f において決定される火炎帯の厚み δ の間における混合分率の変化 $[\Delta f]$ を示す量でもある．なお，ここで， $[\Delta f]$ は (28) 中の Δf とは別の量であり， Δf は既に燃焼場の最大混合分率と最小混合分率の差として用いているので， $[\]$ を付けて区別している．先に導入した一般的な f の分布関数 (28) に $\vartheta = [\Delta f]$ を用いて，その混合分率の変化 $[\Delta f]$ を与える微小距離を Δx と考える．すなわち，

$$f + [\Delta f] = f_{\min} + \frac{\Delta f}{2} \left(1 + \tanh\left(\frac{2(x + \Delta x)}{\delta_f}\right) \right) \quad (51)$$

とする．反応進行度における変形と同様に， $\tanh$ の加法定理を用いて，次のように書ける．

$$\begin{aligned}
 f + [\Delta f] &= f_{\min} + \frac{\Delta f}{2} \left(1 + \frac{\tanh\left(\frac{2\Delta x}{\delta_f}\right) + \tanh\left(\frac{2x}{\delta_f}\right)}{1 + \tanh\left(\frac{2\Delta x}{\delta_f}\right) \tanh\left(\frac{2x}{\delta_f}\right)} \right) \quad (52)
 \end{aligned}$$

ここで，

$$\hat{\beta} = \tanh\left(\frac{2\Delta x}{\delta_f}\right) \quad (53)$$

とすると，

$$f + [\Delta f] = f_{\min} + \frac{\Delta f}{2} \left(1 + \frac{\hat{\beta} + \tanh\left(\frac{2x}{\delta_f}\right)}{1 + \hat{\beta} \tanh\left(\frac{2x}{\delta_f}\right)} \right) \quad (54)$$

また，

$$f = f_{\min} + \frac{\Delta f}{2} \left(1 + \tanh\left(\frac{2x}{\delta_f}\right) \right) \quad (55)$$

であるから，

$$\tanh\left(\frac{2x}{\delta_f}\right) = \frac{2}{\Delta f} (f - f_{\min}) - 1 = \frac{2(f - f_{\text{mean}})}{\Delta f} \quad (56)$$

(54) と (55) の差に，(56) を適用することにより，

$$\begin{aligned}
 [\Delta f] &= \delta \frac{df}{dx} = \frac{\Delta f}{2} \left(\frac{\hat{\beta} + \tanh\left(\frac{2x}{\delta_f}\right)}{1 + \hat{\beta} \tanh\left(\frac{2x}{\delta_f}\right)} - \tanh\left(\frac{2x}{\delta_f}\right) \right) \\
 &= \frac{\Delta f \cdot \hat{\beta}}{2} \left(\frac{1 - \tanh^2\left(\frac{2x}{\delta_f}\right)}{1 + \hat{\beta} \tanh\left(\frac{2x}{\delta_f}\right)} \right) \\
 &= \frac{\Delta f \cdot \hat{\beta}}{2} \left(\frac{1 - \frac{4(f - f_{\text{mean}})^2}{\Delta f^2}}{1 + \hat{\beta} \frac{2(f - f_{\text{mean}})}{\Delta f}} \right) \\
 &= \frac{\Delta f \cdot \hat{\beta}}{2} \left(\frac{\Delta f^2 - 4(f - f_{\text{mean}})^2}{\Delta f^2 + 2\Delta f \hat{\beta} (f - f_{\text{mean}})} \right) \\
 &= 2\hat{\beta} \frac{(f - f_{\min})(f_{\max} - f)}{\Delta f + 2\hat{\beta}(f - f_{\text{mean}})}
 \end{aligned}$$

$$\therefore 2\hat{\beta}(f - f_{\min})(f_{\max} - f) = \delta \frac{df}{dx} (\Delta f + 2\hat{\beta}(f - f_{\text{mean}})) \quad (57)$$

$(f - f_{\min})(f_{\max} - f)$ に，(29) を用いると，

$$\frac{\Delta f \cdot \delta_f}{2} \hat{\beta} \frac{df}{dx} = \delta \frac{df}{dx} (\Delta f + 2\hat{\beta}(f - f_{mean}))$$

$$\therefore \hat{\beta} = \tanh\left(\frac{2\Delta x}{\delta_f}\right) = \frac{2\Delta f \cdot \delta}{\Delta f \delta_f - 4\delta(f - f_{mean})} \quad (58)$$

更に, $(f - f_{mean})$ に, (30)を用いると,

$$\hat{\beta} = \frac{2\delta \frac{df}{dx}}{\delta_f \frac{df}{dx} + \frac{\delta_f \delta}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}} = 2 \frac{\delta}{\delta_f} \frac{\frac{df}{dx}}{\frac{df}{dx} + \frac{\delta}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}} \quad (59)$$

いま, Δx が十分に小さいとすると,

$$\hat{\beta} = \tanh\left(\frac{2\Delta x}{\delta_f}\right) \doteq \frac{2\Delta x}{\delta_f} \quad (60)$$

(59), (60) から,

$$\therefore \Delta x = \delta \frac{\frac{df}{dx}}{\frac{df}{dx} + \frac{\delta}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}} \quad (61)$$

これは, Δx が (28) 中の f_{min} , Δf には依存せず, f の一次, 二次勾配のみで決定できることを意味している. すなわち, 例えば, (予混合気 + 燃料) のような予混合～拡散の中間の燃焼場においても適用可能であることを保障する. これは, 一般的な f の分布を (28) として表現できたことにより, 初めて示すことができるものである. (61) を (48), (49) に導入して, 最終的に, 次の反応速度を得る.

$$\hat{\omega}(x) = \frac{4\rho_u Su}{\delta} c^2 (1-c) \frac{\hat{\alpha}(1+\hat{\alpha}c)}{(1+\hat{\alpha}(2c-1))^2} \times \left(\frac{df}{dx} + \frac{\delta}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}\right) \left(\frac{df}{dx}\right)^{-1} \quad (62)$$

また,

$$\hat{\alpha} = \tanh\left(\frac{2\frac{df}{dx}}{\frac{df}{dx} + \frac{\delta}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}}\right) \quad (63)$$

$(df/dx) \rightarrow 0$ の極限では, (62) は予混合燃焼モデル (24) へと漸近する. (62) を, 新たな層流の予混合～拡散燃焼場に対する統一燃焼モデルと考える. これは, Su 及び δ を通じて, 燃焼場の圧力, 未燃焼ガスの温度の効果を含み, 拡散～予混合燃焼に適用できるモデルとなっている. 常温, 常圧下では, Su/δ は $f = 0.028 \sim 0.09$ (当量比で $0.5 \sim 1.65$ に相当) 以外では急速に小さくなり, 燃焼反応として無視しえるオーダーとなる. 空気・メタン系のような一般的な拡散燃焼場では $f = 0 \sim 1$ の範囲で変化する中で, 反応に寄与

する領域が $f = 0.028 \sim 0.09$ の狭い範囲に限られるために, 反応帯が薄くなるものとする.

乱流拡散燃焼の場合は, 乱流予混合燃焼モデル (25) を用いて上記と同様の議論により, 以下の乱流拡散燃焼モデルを得る.

$$\hat{\omega}(x) = \frac{4\rho_u S_t}{\delta_t} c^2 (1-c) \frac{\hat{\alpha}(1+\hat{\alpha}c)}{(1+\hat{\alpha}(2c-1))^2} \times \left(\frac{df}{dx} + \frac{\delta_t}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}\right) \left(\frac{df}{dx}\right)^{-1}$$

$$= 4\rho_u \left(\frac{Su}{\delta} + \frac{5}{3} \frac{\varepsilon}{k}\right) c^2 (1-c) \frac{\hat{\alpha}(1+\hat{\alpha}c)}{(1+\hat{\alpha}(2c-1))^2} \times \left(\frac{df}{dx} + \frac{\delta_t}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}\right) \left(\frac{df}{dx}\right)^{-1} \quad (64)$$

ここに, $\hat{\alpha}$ は (63) において, $\delta \rightarrow \delta_t$ と変更した以下で与えられる.

$$\hat{\alpha} = \tanh\left(\frac{2\frac{df}{dx}}{\frac{df}{dx} + \frac{\delta_t}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}}\right) \quad (65)$$

δ_t は, S_t/δ_t と (26) の関係により評価できる.

2.5. 火炎伸張効果の考慮

著者らは, 予混合燃焼モデル (24) に火炎伸張の効果を考慮して, 最終的に以下のモデルを提案した[3].

$$\omega = \begin{cases} 8 \frac{\rho_u Su}{\delta} I_0^2 c^2 (1-c) & (I_0 > 0.7153) \\ 0 & (I_0 < 0.7153) \end{cases} \quad (66)$$

ここに, I_0 : 火炎伸張度で, $0 \sim 1$ の値を取り, 火炎伸張の度合いを示す. なお, 火炎伸張度 I_0 は, 次の補助方程式により評価される.

$$\frac{1}{Ka} = -\frac{\rho_0}{\rho_u} \frac{1}{4I_0^2} \ln(1-I_0) \quad (67)$$

ここに, Ka : Karlovitz 数であり, $Ka = g\delta/Su$ で定義される. ρ_0 : 常温・常圧における未燃焼気体の密度 ($\approx 1.17 \text{ kg/m}^3$), ρ_u : 解析条件での未燃焼気体の密度である. $I_0 = 1$ は火炎伸張が全く無い状態を表し, $I_0 = 0.7153$ が火炎伸張による消炎限界点を表す. $I_0 < 0.7153$ で燃焼モデルはゼロ値となるが, これは火炎伸張による消炎を表現している. すなわ

ち, 上式は, 数学的な操作としてモデルをスイッチングしているのではなく, 物理現象としての消炎を反映したものである。

本論文では, 拡散火炎帯中に速度勾配がある場合には, 2.4 で導入した各 f での仮想的な部分予混合火炎それぞれに火炎伸張が働くものとする。相対的に Su/δ が小さい燃料希薄側と過濃側の仮想的な部分予混合火炎では, 同じ速度勾配でもより大きな火炎伸張効果が作用するために, 理論当量比近傍よりも消炎し易いとする。これは, 各 f の仮想的な部分予混合火炎から見れば全体的な消炎であるが, 拡散火炎帯全体からは局所的な消炎作用である。より大きな速度勾配では, より理論当量比に近い f での仮想的な部分予混合火炎が随時消炎して行き, 最終的に理論当量比で消炎する状況を, 拡散火炎全体での消炎と見なす。これは, 拡散火炎に作用する火炎伸張の大きさと共に拡散火炎中の反応帯が漸次薄くなり, 最終的には理論当量比の反応領域に達して消炎に至るという物理イメージである。実験事実他として, このような過程を経て消炎に至るかは不明であり, 今後確認されるべき内容である。しかし, この概念を前章で展開した拡散燃焼モデルに反映すれば, 求めるべき最終的な拡散燃焼モデルとしては, 次のように表現できる。

$$\omega = \frac{4\rho_u Su}{\delta} I_0^2 c^2 (1-c) \frac{\hat{\alpha}(1+\hat{\alpha}c)}{(1+\hat{\alpha}(2c-1))^2} \times \left(\frac{df}{dx} + \frac{\delta}{2} \frac{d^2 f}{dx^2} \right) \left(\frac{df}{dx} \right)^{-1} \quad (I_0 > 0.7153) \quad (68)$$

$$\omega = 0 \quad (I_0 < 0.7153)$$

ここに,

$$\hat{\alpha} = \tanh \left(\frac{2 \frac{df}{dx}}{\frac{df}{dx} + \frac{\delta}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}} \right) \quad (69)$$

火炎伸張効果 I_0 は, 局所毎に (67) を適用して求める。火炎伸張がある場合には, Su/δ が小さい混合分率においては火炎伸張により消炎条件となり, 拡散燃焼の反応は理論当量比近傍の比較的 Su/δ の大きい領域に限定され, それが火炎面モデルの妥当性を与えているものとする。 (68), (69) は, *Wrinkled laminar flame* に対しても適用できる。但し, その際には, $\delta \rightarrow \delta_i$ と変更する。

最後に, (38) で導入した $\vartheta = [Af] = (df/dx) \cdot \delta$ の意味を再考する。 ϑ に (22) を用いると,

$$\vartheta = \delta \frac{df}{dx} = \frac{4\lambda_i}{\rho_u Su Cp} \frac{df}{dx} \quad (70)$$

となる。これは, 上述のように, ある f での予混合燃焼が

完了するのに必要な火炎厚み δ の距離の間に変化する混合分率の変化分を示すと同時に, 燃焼状態が予混合～拡散燃焼のいずれの形態であるかを示す, 新たな無次元数とも理解できる。無次元数としては, *Peclet* 数の逆数と類似の形式である。 ϑ により, 燃焼が Su という指標で示される反応支配か, (df/dx) という指標で示される拡散支配かを評価できる。すなわち, $\vartheta = 0$ は予混合燃焼を示し, ϑ が大きいほど拡散燃焼としての傾向が強くなることを示す。例えば, 水素燃料や予熱空気下での燃焼場では, 各 f の燃焼速度 Su が速いので, 同一 (df/dx) でも, 常温での炭化水素系燃料に比して予混合燃焼的な傾向が強いと判断ができる。その意味で, ϑ を燃焼の「状態指標」と呼んでも良いと考える。

3. 拡散燃焼場における反応進行度 c の再定義

上記 (68), (69) を用いて, 反応進行度の輸送式を解けば, 予混合～拡散燃焼場を統一的に解析可能である。しかし, 予混合燃焼場において定義された反応進行度を拡散燃焼場に適用すると, 反応進行度の輸送式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} f \frac{\partial \rho c}{\partial t} + f \frac{\partial \rho u_i c}{\partial x_i} &= f D \frac{\partial^2 \rho c}{\partial x_j \partial x_j} \\ &+ 2D \frac{\partial f}{\partial x_j} \frac{\partial \rho c}{\partial x_j} + f \omega \quad (f < f_{st} : \text{燃料希薄側}) \\ (1-f) \frac{\partial \rho c}{\partial t} + (1-f) \frac{\partial \rho u_i c}{\partial x_i} &= (1-f) D \frac{\partial^2 \rho c}{\partial x_j \partial x_j} \\ &+ 2D \frac{\partial (1-f)}{\partial x_j} \frac{\partial \rho c}{\partial x_j} + (1-f) \omega \quad (f > f_{st} : \text{燃料過濃側}) \end{aligned} \quad (71)$$

上式は, 右辺第二項に f の勾配を含み, c 単独の方程式としては閉じない。そこで, 拡散燃焼場では, 以下の様に反応進行度を再定義する。

$$\hat{c} = \frac{f}{f_{Tmax}} c \quad (f < f_{st} : \text{燃料希薄側}) \quad (72)$$

$$\hat{c} = \frac{1-f}{1-f_{Tmax}} c \quad (f > f_{st} : \text{燃料過濃側}) \quad (73)$$

上で, f_{Tmax} は f が分布する中で, 最大断熱火炎温度となる混合分率を意味する。通常, 空気・メタン系の拡散燃焼であれば, $f_{Tmax} = f_{st}$ である。本研究では, 例えば, 空気と予混合気体の拡散燃焼のような場合も想定しているので, 一般には $f_{Tmax} = f_{st}$ とは限らないために, f_{Tmax} を定義している。予混合燃焼場の反応進行度は 0 ~ 1 の値を取る。一方, 拡散燃焼場においては, その混合分率分布において最大温度となる混合分率において, 最大の反応進行度が実現されるものと考えられる。すなわち, (72) 及び (73) は, その最大

温度における反応進行度を基準とした, (ff_{Tmax}) 他の重みを乗じた反応進行度であり, $0 \sim 1$ の値を取る. f_{Tmax} の位置においてのみ, 予混合燃焼において定義した反応進行度と物理的に同じ意味を持つ. (72) の定義を用いると, 燃料希薄側では, 各成分の質量分率 (2) ~ (6) は, 以下のように修正される.

$$Y_{CH_4} = f - f_{Tmax} \hat{c} \quad (74)$$

$$Y_{O_2} = A_{O_2} \left\{ (1-f) + f_{Tmax} \left(1 - \frac{1}{f_{st}} \right) \hat{c} \right\} \quad (75)$$

$$Y_{CO_2} = \frac{M_{CO_2}}{M_{Fu}} f_{Tmax} \hat{c} \quad (76)$$

$$Y_{H_2O} = \frac{2M_{H_2O}}{M_{Fu}} f_{Tmax} \hat{c} \quad (77)$$

$$Y_{N_2} = 1 - Y_{CH_4} - Y_{O_2} - Y_{CO_2} - Y_{H_2O} \quad (78)$$

この定義を用いると, $\hat{c}$ の輸送方程式は以下のように, $\hat{c}$ に対して閉じた式となる.

$$\frac{\partial \rho \hat{c}}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i \hat{c}}{\partial x_i} = D \frac{\partial^2 \rho \hat{c}}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{f}{f_{Tmax}} \omega \quad (79)$$

この定義によれば, 予混合~拡散燃焼の範囲で同一の混合分率及び反応進行度の輸送式を用いる事ができる.

また, 燃料過濃側では, (73) により (7) ~ (11) は以下のように書ける.

$$Y_{CH_4} = f - \frac{f_{st}(1-f_{Tmax})}{1-f_{st}} \hat{c} \quad (80)$$

$$Y_{O_2} = A_{O_2} \{ (1-f) - (1-f_{Tmax}) \hat{c} \} \quad (81)$$

$$Y_{CO_2} = \frac{A_{O_2} M_{CO_2}}{2M_{O_2}} (1-f_{Tmax}) \hat{c} \quad (82)$$

$$Y_{H_2O} = \frac{A_{O_2} M_{H_2O}}{M_{O_2}} (1-f_{Tmax}) \hat{c} \quad (83)$$

$$Y_{N_2} = 1 - Y_{CH_4} - Y_{O_2} - Y_{CO_2} - Y_{H_2O} \quad (84)$$

反応進行度 $\hat{c}$ の輸送方程式は, 希薄側と同様にして,

$$\frac{\partial \rho \hat{c}}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i \hat{c}}{\partial x_i} = D \frac{\partial^2 \rho \hat{c}}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1-f}{1-f_{Tmax}} \omega \quad (85)$$

で与える事ができる. 以下, (79), (85) を統一燃焼モデルにおける反応進行度の輸送式とする.

4. 結言

一般化した層流拡散火炎において, 火炎に垂直方向の一次元混合分率 f の分布を *Hyperbolic Tangent* 関数で近似し, また各 f に対して局所予混合性が成立すると仮定して, 予混合~拡散燃焼に適用可能な統一燃焼モデル (68), (69) を構築した. モデルは, 以下の特徴を持つ.

- 1) f の分布が無く, 一定と見なせる場合には, 本研究で提案した燃焼モデルは, 既提案の予混合燃焼モデルに漸近, 一致する. 特に, f の情報は, その分布の一次勾配及び二次勾配が重要であり, f の最大, 最小値には依存しない.
- 2) モデルは, 各 f に対応する層流燃焼速度 Su 及び火炎の厚み δ を含み, それを通じて燃焼場圧力, 未燃焼ガスの温度の影響が考慮され, また (67) と併用することにより, 火炎伸張の効果を考慮できる.
- 3) 燃焼モデルは, 乱流モデルに依存せず, 平均乱流モデル, *LES* 及び直接シミュレーションに適用可能である. 乱流の効果は, 反応進行度輸送式に含まれる乱流モデル毎の渦粘性係数を通じて考慮される. さらに, 反応進行度を拡散燃焼に適した形式に一般化し, 予混合~拡散燃焼場を統一的に取り扱いが可能な燃焼の数値解析モデルを構築した.

今後, 本モデルを層流~乱流場の複雑燃焼場へと適用し, 検証を進める予定である.

References

1. 富永, 大島, 第18回数値流体力学シンポジウム B7-4, (2004)
2. 稲毛, 大塚, 機論 B 編 61 巻 586 号, 2290, (1995)
3. 稲毛, 大塚, 機論 B 編 63 巻 609 号, 1806, (1997)
4. 稲毛他, 機論 B 編 63 巻 612 号, 2351, (1997)
5. 稲毛他, 機論 B 編 63 巻 615 号, 263, (1997)