

## ■原著論文／ORIGINAL PAPER ■

## マッハ反射による煤膜模様の形成機構

## Soot Track Generation in Mach Reflection

因幡 和晃<sup>1\*</sup>・松尾 亜紀子<sup>2</sup>・SHEPHERD, Joseph E.<sup>3</sup>INABA, Kazuaki<sup>1\*</sup>, MATSUO, Akiko<sup>2</sup>, and SHEPHERD, Joseph E.<sup>3</sup><sup>1</sup> 東京理科大学工学部 〒162-8601 東京都新宿区神楽坂1-3  
Tokyo University of Science, 1-3 Kagurazaka, Shinjyuku-ku, Tokyo 162-8601, Japan<sup>2</sup> 慶應義塾大学理工学部 〒223-8522 横浜市港北区日吉3-14-1  
Keio University, 3-4-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama 223-8522, Japan<sup>3</sup> California Institute of Technology, Aeronautics, Pasadena, CA 91125, USA

2006年5月13日受付; 2006年8月30日受理 / Received 13 May, 2006; Accepted 30 August, 2006

**Abstract** : This paper explores an explanation of soot track formation adopted in visualization of detonation propagation, compared against previous speculations of formation mechanism. Focusing on the role of shear stress in transporting soot along the surface, we investigated the non-reactive Mach reflections experimentally with soot foil records and numerically with three-dimensional compressible Navier-Stokes simulations. Numerical results were compared with experimental results and used to interpret the effect of shear stress spatial and temporal variations on soot redistributions. The motions of soot due to surface shear stress were numerically examined with treating soot as both particles and fluid parcel. Numerical soot foils indicated the same features as those in experiments. The result clearly showed that the surface shear stress was strongly related to soot track generation.

**Key Words** : Mach reflection, Soot foil visualization, Detonation

## 1. 緒言

デトネーションが煤膜を塗った管内を伝播すると、ダイヤモンド型の煤膜模様が残る[1,2]。煤膜模様は、デトネーションの伝播特性を示すことから、古くから煤膜を用いた実験は数多く報告されている。複雑な光学系を用いることなく測定が行える利点から、煤膜を用いてデトネーションの伝播やセルサイズ、さらにはセルの不規則性などの観察が行われてきた。マッハ衝撃波、入射衝撃波、反射衝撃波(横波)の交点である3重点の軌跡が、煤膜模様の生成と密接な関係を有することは明らかである。しかし、煤膜模様が形成される詳細な物理機構に関しては、実験結果に基づく推測[3,4]は行われてきたが、これまで直接的に物理機構が示された報告はなく、3重点構造のどのような特性が煤膜模様を形成するのかわかりではない。

本論文の目的は、粘性流における壁付近の流れに着目することで、煤膜模様形成の新たな機構を提案することに

ある。せん断応力により煤が移動することを仮定し、煤膜表面近傍の境界層によるせん断応力の強さと方向の変化により煤膜模様が形成される機構を検証する。検証として空气中を伝播するマッハ反射の実験を行い、反応無しの流れ場における煤膜模様形成の様子を観察する。次に粘性を考慮した3次元数値解析を行い、マッハ反射により生成されるせん断応力を測定する。煤膜を粒子もしくは流体としてモデル化し、せん断応力により煤膜厚さの変化を数値解析により検証する。

## 2. 煤膜模様の形成実験

## 2.1. 実験装置および実験方法

本実験で用いた衝撃波管は、直径152 mm、管長11.3 mの高圧部(駆動部)と、直径165 mm、管長6.2 mの低圧部(試験部)で構成されている。高圧部には窒素が、また低圧部には空気を充填する。図1に試験部の概要図を示す。煤膜用に、241 × 114 × 1.0 mmの取り外し可能なアルミ平板を用いている。幅89 mm、高さ51 mmの先端角15°と25°

\* Corresponding author. E-mail: inaba@rs.kagu.tus.ac.jp

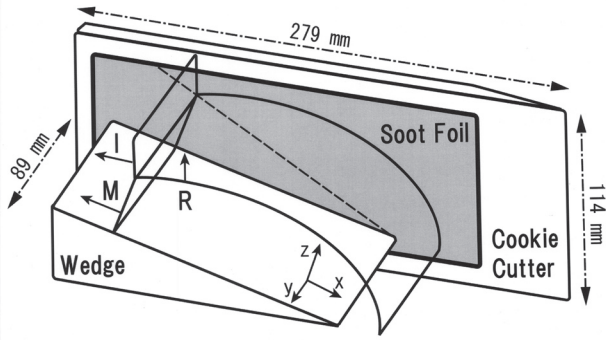


Fig.1 Schematic diagram of test section.

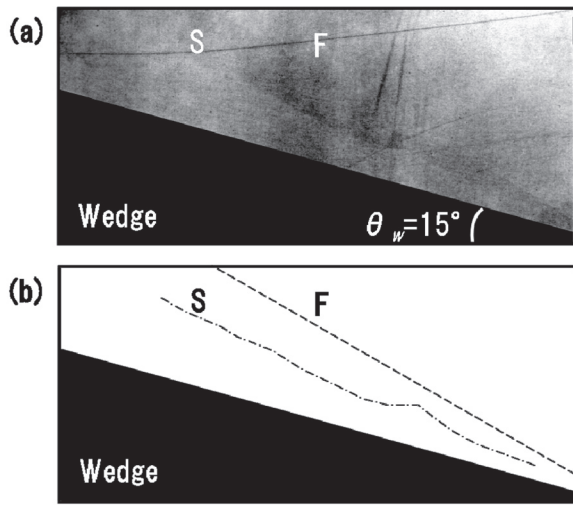


Fig.2 Soot foil record of case 1 (a) experimental record, (b) sketch of traces F and S.

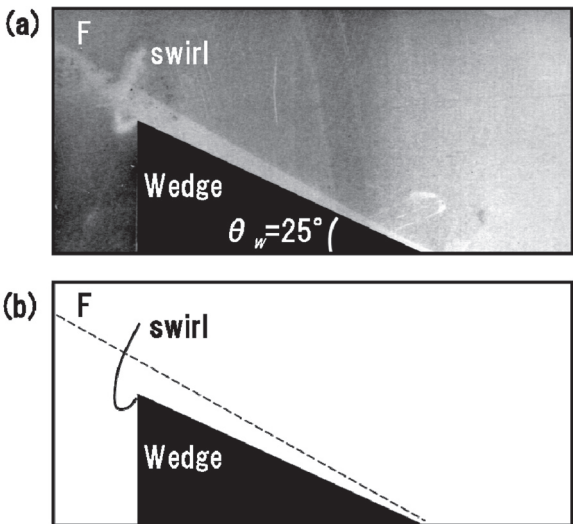


Fig.3 Soot foil record of case 4 (a) experimental record, (b) sketch of trace F.

の楔を使用する。実験条件を表 1 に示す。ここで  $\theta_w$ ,  $M_s$ ,  $p_l$  および  $p_h$  はそれぞれ楔先端角, マッハ数, 低圧部および高圧部の初期圧力である。アルミ平板は, 実験直前に煤を被せた後に楔と固定する。マッハ数 1.9 の実験を行なう際

Table 1 Experimental conditions.

case	$M_s$	$\theta_w$ [deg.]	$p_l$ [kPa]	$p_h$ [kPa]
1	1.9	15	10	280
2	1.9	25	10	280
3	1.2	15	98.6	170
4	1.2	25	98.6	170

Table 2 Computational condition.

case	$M_s$	$\theta_w$ [deg.]	$p_1/p_0$	$T_1/T_0$	$Re \times 10^7$ [m <sup>-1</sup> ]
A	1.9	15	4.045	1.608	4.271
B	1.9	25	4.045	1.608	4.271
C	1.2	15	1.513	1.128	2.697
D	1.2	25	1.513	1.128	2.697

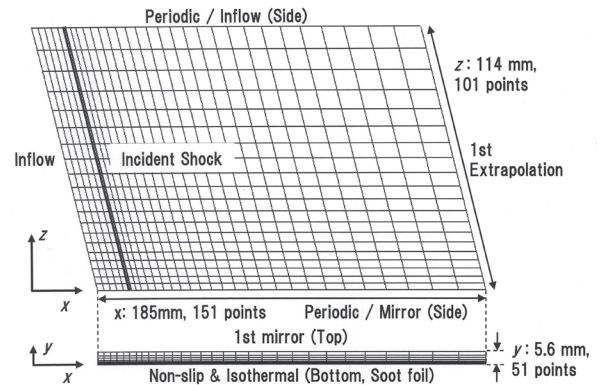


Fig.4 Computational grid and boundary condition.

には, 低粘性流体 (20 mm<sup>2</sup>/s) を予め平板に擦り付けた後, 煤を被せている。これは煤に粘性を加えることにより, 衝撃波が通過した際, 全ての煤が吹き飛ぶことを防止するためである。

2.2. 煤膜模様

楔先端角 15°と 25°で得られた煤膜模様の特徴は類似している。マッハ数が 1.9 の case 1 と 2 では図 2 に示すような 2 本の煤膜軌跡が得られている。ここで, 図 2(a) は実験で得られた煤膜模様であり, 図 2(b) に軌跡 F と S のスケッチを示している。図 2 において軌跡 F は直線ではほぼ楔先端から延びており, もう 1 本の軌跡 S は波状で煤膜上部は不明瞭となっている。煤の残量は, 軌跡 F と軌跡 S の間が最も多く, 黒い帯状に煤が残存している。

次にマッハ数 1.2 の case 4 で得られた煤膜模様を図 3 に示す。図 3 でも図 2 と同様に, 図 3(a) に実験で得られた煤膜模様と図 3(b) に軌跡 F のスケッチを示している。図 3 では 1 本の直線的な軌跡 F が観察できる。また, 煤の残量は軌跡 F と楔の間が少なく, ほとんどの煤が削り取られている。さらに楔上部における角部で衝撃波の回折が影響と考えられる渦巻き状の軌跡も観察されている。

### 3. 数値計算法

#### 3.1. 計算手法と計算条件

マッハ反射による衝撃波背後の流れを、3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式の数値解析を行い測定する。本数値解析では層流境界層が煤膜近傍で発達することを仮定する。境界層基礎方程式の解析手法として、Yee's non-MUSCL type upwind TVD explicit scheme [5]を用いる。衝撃波によって誘起された層流境界層は、衝撃波後方において乱流境界層へと遷移することが予想される。境界層遷移により煤膜に作用するせん断応力は変化することが考えられるが、現状では遷移を数値的に再現することは困難であり、本論文では遷移前の流れ場を検証する。

また計算条件は、混合気条件は初期圧力  $p_0 = 0.101$  MPa, 初期温度  $T_0 = 298.15$  K の空気とし、実験と同様の表 2 に示す 4 ケースを計算対象とする。ここで  $Re$  は数値解析に用いたレイノルズ数である。

#### 3.2. 計算格子と境界条件

図 4 に示すストレッチ格子において、格子点数は  $x, y, z$  軸方向にそれぞれ  $151 \times 51 \times 101$  点を使用し、計算領域は  $185 \times 5.6 \times 114$  mm である。衝撃波静止座標系において、 $y = 0.0$  の  $x-z$  底面 (non-slip かつ等温壁条件) が煤膜に相当する。衝撃波静止座標系では、煤膜は入射衝撃波に流入する流体速度と同じ大きさで同じ方向に動く [6]。また座標系が楔表面に沿って移動するため、入射衝撃波は計算領域において垂直衝撃波ではなく、斜め衝撃波として存在する。数値解析では、衝撃波後方の流れの方向と衝撃波に流入する流れの方向が異なり、煤膜上に 3 次元ねじれ境界層が発達する。煤膜に働くせん断応力を正しく評価するため、側面の境界条件を周期境界として定常解計算を行い、理論と比較することで得られた流れ場を検証する。ねじれ境界層が十分発達した後、側面の境界条件を楔表面に相当する  $z = 0.0$  を鏡面反射条件に、反対側の側面を流入条件に切り替え、マッハ反射を開始してせん断応力を測定する。

#### 3.3. 流体モデル

流体モデルでは煤膜を連続体と仮定してモデル化する。煤膜に非圧縮性を仮定すると、煤膜は Couette 流れとなる。煤の最上部は、気相によるせん断応力  $\tau$ 、煤膜厚さ  $h$ 、煤の粘性係数  $\mu_s$  により決定される速度  $\tau h / \mu_s$  で移動する。煤膜の最下部は静止しているため、せん断応力によって誘起される煤膜の平均移動速度は、上記の特性速度の半分となり、以下の保存式が導かれる [7]。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hw)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

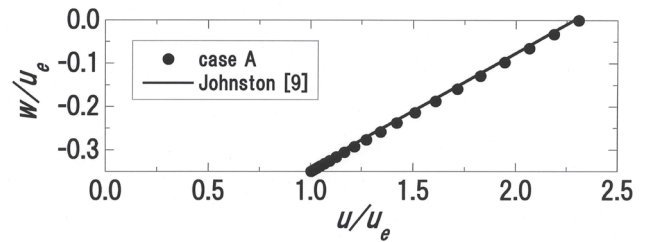


Fig.5 Hodograph of numerical solution in 3-D boundary layer with triangle approximation; Johnston (1960).

ただし、

$$u = \frac{\tau_{yx}h}{2\mu_s}, \quad w = \frac{\tau_{yz}h}{2\mu_s}$$

ここで  $u, w$  は  $x, z$  における煤膜移動速度である。基礎方程式 (1) を MacCormack スキーム [8] により数値解析を行う。

#### 3.4. 粒子モデル

次に煤膜を粒子の集合体として取り扱うモデルの説明を行う。粒子モデルは、気相により生じたせん断応力が、球形煤粒子の投影面積に作用して駆動するモデルである。 $x, z$  を煤粒子の位置、 $u, w$  を粒子速度とすると、基礎方程式は以下に示すようになる。

$$\frac{\partial \mathbf{I}_i}{\partial t} = \mathbf{F}_i, \quad \mathbf{I}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ z_i \\ u_i \\ w_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} u_i \\ w_i \\ (f_x/m_p)_i \\ (f_z/m_p)_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

駆動力  $f_x = \pi \tau_{yx} r_p^2$ ,  $f_z = \pi \tau_{yz} r_p^2$  と煤粒子質量  $m_p = 4/3 \pi \rho_s r_p^3$  が煤粒子の半径  $r_p$  に依存しており、したがって粒子速度は煤粒子の半径に反比例する。ここで  $\bar{\tau}$  は、粒子に働くせん断応力で、粒子周りの格子点からの距離に対して重み付けして平均化している。また  $\rho_s$  は煤粒子の物質密度 ( $1200 \text{ kg/m}^3$ , 石炭) である。計算中における 1 個の粒子は、周辺の煤粒子を代表しており粒子群を意味している。煤膜厚さ  $h$  は、煤粒子群の煤体積 (数密度と煤粒子 1 個の体積との積) を、セル内に存在する煤粒子群に関して総和を取り、セル面積で割り算出している。気相の数値解析で得られた時間・空間的に変化するせん断応力を用いて、基礎方程式 (2) を 4 段階の Runge-Kutta 法により時間積分し、煤膜厚さの数値解析を行う。

### 4. 数値計算結果および考察

#### 4.1. 衝撃波により誘起された 3 次元ねじれ境界層

ねじれ境界層は、運動方程式によって解を求めようとし

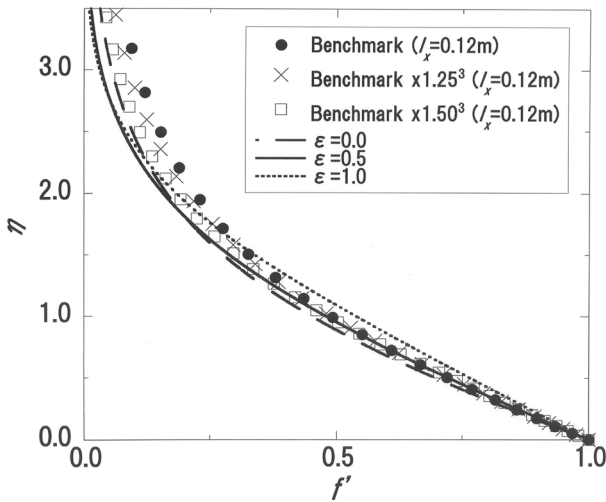


Fig.6 Normalized velocity profiles for numerical results ( $\epsilon = 0.28$ ) and three limiting cases ( $\epsilon = 1.0$ , Blasius solution;  $\epsilon = 0.5$ , weak shock wave;  $\epsilon = 0.0$ , very strong shock wave.)

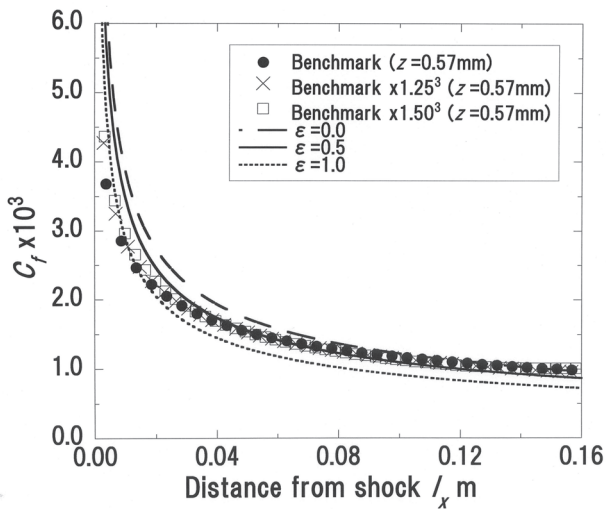


Fig.7 Relation between local friction coefficient and distance from shock for numerical results and three limiting cases.

ても多数の方程式と変数を取り扱わねばならず非常に複雑である。したがって主流方向と、主流に垂直な方向の速度成分の関係を経験的に求め、変数の間の関係を見出す必要がある。速度成分の間の関係を求めるには、それぞれの速度成分を横軸と縦軸にとる極線図を用いる。Johnston [9] は、3 角型の極線が多くの方の 1 方向流れにおいて有効であることを提唱している。図 5 に本計算において得られた  $x$  軸方向に沿った衝撃波からの距離  $l_x = 0.16$  m における極線図を示す。図 5 には、Rankine-Hugoniot の関係式を用いた Johnston の 3 角近似解も併せて示してある。数値解析結果と近似値はよく一致しており、 $u$  と  $w$  に関する相関を確認できる。この相関関係により  $u$ ,  $w$  が  $x$  のみに依存し境界層の外部流が一様であると仮定して、3 次元問題を 2 次元問題へと簡略化する。次に、2 次元へ簡略化した境界層速

度分布と 3 次元数値解析により得られた定常解とを比較する。

衝撃波静止座標系では、壁の移動速度  $u_w$  は衝撃波の上流の相対速度  $u_s$  と等しく、境界層外側の速度  $u_e$  は Rankine-Hugoniot の条件より求まる。Sturtevant and Okamura [6] の理論より、2 次元境界層内の速度分布に関して、(3) 式の境界層変数  $\eta$  と流れ関数  $f'$  を用いて無次元速度の関係式 (4) が得られる。

$$\eta = \left( \frac{u_w + u_e}{2v_e x} \right)^{1/2} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy, \quad f'(\eta) = \frac{u - u_e}{u_w - u_e} \quad (3)$$

$$f''' + [\epsilon \eta + (1 - 2\epsilon) f'] f'' = 0 \quad (4)$$

$$f'(0) = 1, \quad f'(\infty) = 0, \quad f(0) = 0$$

ここで  $\epsilon = u_e / (u_w + u_e)$  である。圧縮性の影響は  $\epsilon$  に関して 3 つの特徴的な流れ場として現れ、 $\epsilon = 1.0$  ( $u_w = 0$ ; Blasius の平板境界層),  $\epsilon = 0.5$  ( $u_w = u_e$ ; 弱い衝撃波),  $\epsilon = 0.0$  ( $u_w \gg u_e$ ; 非常に強い衝撃波) となる。また、Case A の計算条件では、 $u_w = 1.9 a_1$ ,  $u_e = 0.755 a_1$  ( $a_1$  は衝撃波上流側の音速) であるから、 $\epsilon = 0.28$  となり、 $\epsilon = 0.0$  と  $0.5$  の間に位置している。図 6 に 3 次元数値解析により得られた Case A の無次元速度分布 (Benchmark) を示す。図 6 には衝撃波からの距離  $l_x = 0.12$  m における速度分布が示されている。 $\eta < 1$  の煤膜 (壁) 近傍では、 $\epsilon = 0.0$  と  $0.5$  の速度分布とよく一致している。また高解像度計算 (Benchmark  $\times 1.25^3$ :  $189 \times 126 \times 64$  点, Benchmark  $\times 1.50^3$ :  $226 \times 151 \times 76$  点) による  $l_x = 0.12$  m での無次元速度分布も示しており、煤膜近傍では格子解像度に因らず理論とよく一致している。煤膜から離れた領域では、格子点数の増加に伴い理論に漸近する傾向が得られている。ただし  $y$  軸方向のみに格子点を増やしても上記のような改善は確認できず、格子点数を全体的に増やす必要がある。

衝撃波からの距離に対する壁面摩擦係数  $C_f$  [6] は、

$$C_f = \frac{|\tau_w|}{1/2 \rho_e u_e^2} = \frac{\delta_{b.l.}}{l_x} \left[ \left( \frac{u_w}{u_e} \right)^2 - 1 \right] f''(0) \quad (5)$$

$$\delta_{b.l.} = \left( \frac{2v_e x}{u_w + u_e} \right)^{1/2} \quad (6)$$

で表され、図 7 のようになる。また  $\delta_{b.l.}$  は渦度境界層厚さである。境界層厚さは衝撃波に接近するほど小さくなり、境界層内の格子点数は衝撃波に接近するほど少なくなる。そのため衝撃波近傍の領域における格子解像度は、特に衝撃波直後において不足することが予想される。図 7 において、Case A の数値解析結果 (Benchmark) と高解像度による数値解析結果 (Benchmark  $\times 1.25^3$ ,  $\times 1.50^3$ ) を示す。両者は衝撃波直後の最大値が異なるものの、 $l_x > 0.04$  ではほぼ一

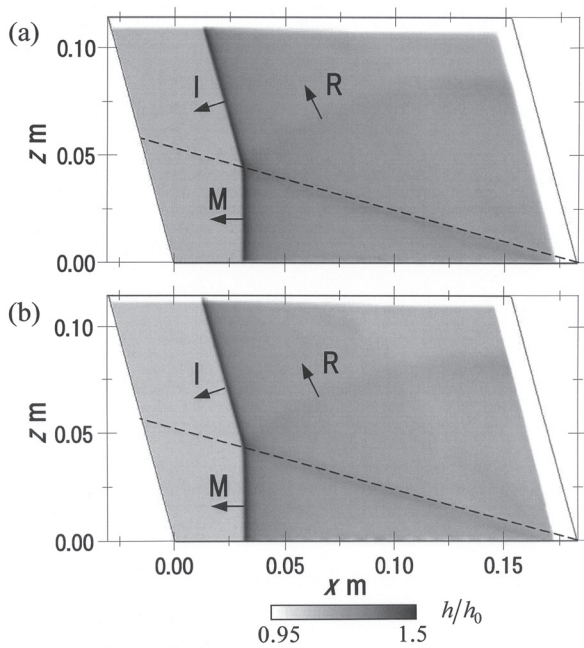


Fig.8 Soot thickness distribution in case A, (a) fluid model,  $h_0 = 5.0$  mm,  $\mu_s = 8.9 \times 10^{-4}$  Ns/m<sup>2</sup>, (b) particle model,  $h_0 = 20.0$   $\mu$ m,  $r_p = 0.27$  nm (I, Incident shock; M, Mach stem; R, Reflected shock; broken line, triple point track).

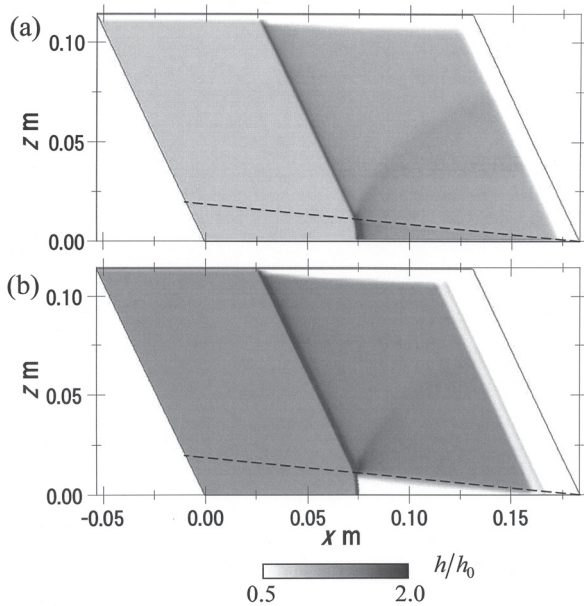


Fig.9 Soot thickness distribution in case D, (a) fluid model,  $h_0 = 0.9$  mm,  $\mu_s = 8.9 \times 10^{-4}$  Ns/m<sup>2</sup>, (b) particle model  $h_0 = 25.0$   $\mu$ m,  $r_p = 0.033$  nm (broken line, maximum curvature line).

致しており、理論とも定性的な一致を確認できる。また、格子解像度による壁面摩擦係数への影響は、衝撃波直後を除き少ないことが確認できる。

#### 4.2. 煤膜模様の形成

定常解における数値解の妥当性を確認できたので、次に

マッハ反射を開始し、せん断応力の測定を行った。せん断応力の時間履歴を (1) 式や (2) 式へ入力することにより煤膜模様生成の数値解析を行った。図 8 に (a) 流体モデルおよび (b) 粒子モデルにより得られた煤膜の膜厚分布を示す。図中で色が濃い箇所ほど煤膜が厚いことを意味している。図 8 では衝撃波は計算領域右端より伝播し、左端に向けて入射衝撃波 I とマッハ衝撃波 M が伝播していく途中の膜厚分布が描かれている。(a) 流体モデルにおけるパラメータは初期煤膜厚  $h_0$  と煤粘性係数  $\mu_s$  である。煤の粘性係数が不明であるため、代表値として粘性係数が大きい場合 (298.15 K の水における粘性係数  $8.9 \times 10^{-4}$  Ns/m<sup>2</sup>) と、小さい場合 (298.15 K の空気の粘性係数  $18.2 \times 10^{-6}$  Ns/m<sup>2</sup>) を用いて計算を行った。図 8(a) は水の粘性係数を用いた場合の煤膜模様を示しており、初期煤膜厚は 5.0 mm である。x 軸方向の膜厚分布は衝撃波直後で最大となっている。また z 軸方向の膜厚分布に着目すると、衝撃波後方に 2 箇所煤が堆積している領域がある。図 8(a) において右端最下部 ( $x, z$ ) = (0.185, 0) が楔頂点で、この点と先頭衝撃波の 3 重点とを結んだ破線が 3 重点軌跡となる。衝撃波背後において 3 重点から楔頂点に向けて延びる煤膜模様は、3 重点軌跡とほぼ一致しており、厳密には僅かに下側に存在している。また 3 重点軌跡の上側にも煤が堆積している領域が観察できるが、これは横波 R に誘起されたせん断応力により一時的に煤膜厚さが増加しているためである。また粘性係数として空気を用いても、初期膜厚を水の場合の 50 分の 1 (0.1 mm) とすることで同様の膜厚分布が得られる。これは空気の粘性係数  $\mu_s$  が水の粘性係数の約 50 分の 1 であり、初期膜厚  $h_0$  を 50 分の 1 とすることで式 (1) の  $u, w$  が同じオーダーとなるためである。

次に粒子モデルの数値解析結果を説明する。粒子モデルの膜厚分布は、図 8(b) に示されており、初期煤膜厚は 20  $\mu$ m である。粒子モデルの膜厚分布は、流体モデルの結果と定性的によく一致している。粒子モデルでは、粒子は気相からのせん断応力に駆動されて移動する。流体モデルでは移動速度は膜厚に影響を受けるが、粒子モデルでは膜厚とは独立した速度で移動する。粒子モデルにおけるパラメータは、数値解析結果を初期煤膜厚  $h_0$  で無次元化することにより煤粒子の半径  $r_p$  のみとなる。実際の煤粒子半径は数 nm 程度であるが、数値解析では図 8(a) と同程度の濃淡が得られる煤粒子半径  $r_p = 0.27$  nm を採用している。煤粒子の投影面積 ( $\pi r_p^2$ ) と粒子体積 ( $4/3\pi r_p^3$ ) との関係より、煤粒子半径の増加に反比例して駆動力は減少し、煤膜厚さの変動 (煤膜模様の濃淡) が減る傾向が得られている。2.2 節の実験において使用した初期膜厚さを測定するため、同様の方法で煤を塗布し、煤重量を 8 回測定した結果、単位面積あたりの重量平均は 0.32 g/m<sup>2</sup> で、偏差は 0.06 g/m<sup>2</sup> であった。数値解析と同様に石炭の密度 1200 kg/m<sup>3</sup> を利用すると、予想される初期膜厚さはおよそ 0.27  $\mu$ m となり、数値解析で使用した 20  $\mu$ m よりも小さい値となる。実際には、煤膜の密度は、1200 kg/m<sup>3</sup> よりも小さいと予想されるため、

初期膜厚さは  $0.27 \mu\text{m}$  よりは大きくなる. 電子顕微鏡を利用して, 実際の初期膜厚さや煤粒子径を測定し, 数値解析と連動した検証を行なうことが今後の課題として挙げられる.

図 9 に case D の条件下において (a) 流体モデルおよび (b) 粒子モデルにより得られた煤膜の膜厚分布を示す. 図 9(a) は, 水の粘性係数 ( $8.9 \times 10^{-4} \text{Ns/m}^2$ ) を用い, 初期膜厚は  $0.9 \text{mm}$  として得られた結果である. せん断応力は case A よりも case D の方が小さく, case A と同様の煤膜模様を得るためには, 初期膜厚を薄くする必要がある. (a) 流体モデルでは, 初期膜厚の増加や粘性係数の減少により模様の濃淡が濃くなるが, 移動する煤の量が多くなり端付近の膜厚  $h$  が 0 に近づくと計算は不安定となる. そのため, 流体モデルで得られる煤膜模様は, case A と同様に煤が剥ぎ取られることなく三重重点軌跡の下側に煤が堆積するものとなっている. 一方, 図 9(b) は, 初期膜厚  $25 \mu\text{m}$  で粒子半径  $0.033 \text{nm}$  において得られた煤膜模様であるが, 先ほどの図 9(a) とは異なり, 破線の下側において煤が剥ぎ取られている. (b) 粒子モデルでは, 粒子半径を小さくすることで煤粒子の移動は大きくなる. 移動量が増加することで膜厚  $h$  が 0 となる場合でも (a) 流体モデルとは異なり安定な解が得られる. そのため煤が剥ぎ取られるような場合には, (b) 粒子モデルが有効である.

実験において観察されているデトネーションの煤膜模様には入射衝撃波側で薄く, マッハ衝撃波側で煤が多く堆積する傾向がある. 図 8 で観察された煤の挙動は, この傾向とよく一致している. 一方, Mach がマッハ衝撃波を発見するにあたり, マッハ衝撃波が伝播した箇所の煤が剥ぎ取られる現象を観察しており[3], 図 9(b) とよく一致している. このように煤の特性と流体力学的特性により, 3 重点軌跡の下側に煤が堆積する場合と, 下側の煤が剥ぎ取られる場合の 2 種類が発生することが示された. また, デトネーション波面の PLIF 画像と煤膜模様を重ねると, PLIF より予想される衝撃波位置と煤膜模様は一致しないことが報告されており[10], 衝撃波構造と煤膜模様がずれて生成している可能性がある. 実験では, 3 重点軌跡の下側に煤が堆積しており, 本研究で得られた煤の挙動と一致している. これらのことから, デトネーションにおける煤膜模様も, 反応無しのマッハ反射で検証したせん断応力による形成機構で説明できる可能性がある.

層流境界層から乱流境界層への遷移は, 衝撃波後方の流速と壁近傍の動粘性係数で定義される遷移レイノルズ数が  $10^6$  から  $10^7$  のオーダーで発生することが報告されている[11]. いま初期圧力  $0.1 \text{MPa}$ , 初期温度  $298.15 \text{K}$  のアルゴン希釈酸水素デトネーションを考えると, 伝播マッハ数は  $5.1$  であり, 衝撃波直後の流速は  $413 \text{m/s}$  となる. マッハ  $1.9$  の衝撃波後方における空気の流速は  $396 \text{m/s}$  で, デトネーションの場合とほぼ同じである. また化学反応が終了する C-J 状態における流速は  $1032 \text{m/s}$  となり,  $2.5$  倍程度流れは加速される. マッハ  $1.9$  とマッハ  $5$  の衝撃波にお

Table 3 Track angles of soot foil and triple-point (unit: deg.).

case	$\chi_{exp.}$	$\chi_{num.}$	$\chi_{three}$	$\chi_{Ames}$	$\chi_{Whitham}$
1, A	15.6	16.7	17.1	—	14.7
2, B	9.9	11.9	11.0	—	11.1
3, C	7.8	$^\dagger 12.8, ^\ddagger 11.2$	—	10.5	9.1
4, D	5.2	$^\dagger 7.7, ^\ddagger 5.9$	—	0.5	6.3

( $\chi_{exp.}$ : experiment,  $\chi_{num.}$ : numerical simulation,  $\chi_{three}$ : three shock theory,  $\chi_{Ames}$ : glancing incidence angle,  $\chi_{Whitham}$ : shock-shocks angle,  $^\dagger \chi_1$ : track angle of curvature vanishing,  $^\ddagger \chi_2$ : track angle of the maximum curvature.)

る遷移レイノルズ数は, それぞれ  $10^6$  と  $2 \times 10^6$  となることが報告されている[11]. よって壁近傍における動粘性係数が, デトネーション上流側の値で評価できると仮定すると, 予想される境界層遷移位置 ( $31 \text{mm}$ ) は, マッハ  $1.9$  の場合 ( $38 \text{mm}$ ) と大きく変わらない. 化学反応による流体の加速や擾乱としての作用が, 境界層遷移にどのような影響を及ぼすかは将来的な検討課題として挙げられるものの, 流体力学的観点からマッハ  $1.9$  の流れとデトネーションを比較することは十分可能であると思われる.

### 4.3. 3 重点の軌跡角と煤膜模様

最後に実験で得られた煤膜模様の軌跡角と, 数値解析および理論より導かれる 3 重点の軌跡角とを比較する. 流れ場が単一マッハ反射 (SMR) であるときには, 3 衝撃波理論より 3 重点の軌跡角を計算することができる. 衝撃波極線が解を持たない場合は, フォン・ノイマン反射 (vNR) と呼ばれる反射形態が存在し, 反射波が次第に重なり合うため明確な 3 重点は存在せず, 入射衝撃波からマッハ衝撃波へと緩やかに遷移する. vNR の軌跡角を評価する際には, Ames Research Staff [12]による Glancing Incident Angle  $\chi_{Ames}$  や, Whitham [13]の shock-shocks angle  $\chi_{Whitham}$  を用いる.

表 3 に, 実験における煤膜模様 (図 2, 3 における軌跡 F) の軌跡角  $\chi_{exp.}$ , 数値解析において得られた 3 重点の軌跡角  $\chi_{num.}$  (vNR では, 衝撃波の曲率が消滅する点の軌跡角  $\chi_1$  と曲率が最大となる点の軌跡角  $\chi_2$ ), および 3 衝撃波理論から求まる 3 重点の軌跡角  $\chi_{three}$ , glancing incidence angle  $\chi_{Ames}$ , shock-shocks angle  $\chi_{Whitham}$  を示す. SMR において 3 重点軌跡角は, 数値解析, 3 衝撃波理論, shock-shocks で比較的良く一致している.  $\chi_{Ames}$  は, 楔角  $\theta_w$  が大きくなると 3 重点の軌跡角から離れることが知られており, 表 3 でも  $\theta_w = 15^\circ$  では  $\chi_{num.}$  や  $\chi_{Whitham}$  に近い軌跡角が得られているが,  $\theta_w = 25^\circ$  では大きく外れている. 数値解析において特定した  $\chi_1$  と  $\chi_2$  は, とともに Whitham の shock-shocks angle と比較的近い軌跡角が得られている. 実験で得られた煤膜模様は, 数値解析結果や理論での 3 重点軌跡角と比較的よく一致している. 実験における煤膜模様の軌跡角は, 楔頂

点と図 2, 3 の上方部において模様が明瞭に確認できる点とを直線で結び角度を測定している。数値解析結果から煤膜模様が下方にずれて生成しているとすると、楔頂点からのずれを考慮して軌跡角を測定することで、実験における軌跡角は数値解析および理論とより近づく傾向にある。また 3 重点軌跡の下側に煤が多く堆積する傾向は、図 2 において黒い帯として確認された傾向と一致している。

本論文では、煤移動において圧力効果は考慮していないものの、せん断応力による煤移動により実験で観察されている煤膜模様と同じ傾向が得られることが示された。今後は、煤の移動に関して圧力を考慮した数値解析を行い、より定量的な評価を行っていく予定である。

## 5. 結言

デトネーションの観測手法としてよく用いられる煤膜模様の形成機構を解明するため、空気による煤膜模様形成実験と 3 次元数値解析を行った。衝撃波によって誘起される 3 次元ねじれ境界層の無次元速度分布および壁面摩擦係数は層流境界層理論とよく一致し、3 次元数値計算における定常解の妥当性を確認した。また、3 次元非定常数値解析により、衝撃波伝播とマッハ反射により煤膜に作用するせん断応力を測定した。煤膜表面に働くせん断応力分布を用いて、煤膜を粒子あるいは流体としてモデル化し、煤膜の移動に関する数値解析を行った。その結果、マッハ衝撃波が伝播した 3 重点軌跡の下側に煤が堆積する挙動が観察された。数値解析において得られた 3 重点の軌跡角は、理論とよく一致し、実験で得られた煤膜模様の軌跡角とも比較的よく一致した。デトネーションの煤膜模様では、マッハ衝撃波が伝播した領域側の煤が濃く、入射衝撃波側が薄くなることから、デトネーションにおける煤膜模様と同様の挙動が数値解析により得られた。

## References

1. Fickett, W. and Davis, W.C., "Detonation," *University of California Press*, Berkeley, Chap. 7 (1979).
2. Strehlow, R.A., "Fundamentals of Combustion," *International Textbook Company*, Pennsylvania (1968).
3. Krehl, P. and Geest, van del M., *Shock Waves*, 1: 3-15 (1991).
4. Terao, K. and Azumatei, T., *Jpn. J. Appl. Phys.*, 28: 723-728 (1989).
5. Yee, H.C., *NASA TM 89464* (1987).
6. Sturtevant, B. and Okamura, T.T., *Phys. Fluids*, 12: 1723-1725 (1969).
7. Tanner, L.H. and Blows, L.G., *J. Phys. E: Scientific Instruments*, 9: 194-202 (1976).
8. MacCormack, R.W., *AIAA Paper 69-354* (1969).
9. Johnston, J.P., *J. Basic Eng.*, 82: 233-248 (1960).
10. Pintgen, F. and Shepherd, J.E., "Simultaneous Soot Foil and PLIF Imaging in Propagating Detonations," *Proceedings of 19th ICDERS*, Hakone, Japan (2003).
11. Glass, I.I. and Sislian, J.P., "Nonstationary flows and shock waves," *Oxford Science Publications*, Chap. 6 (1994).
12. Ames research staff, *NACA Rep.* 1135 (1953).
13. Whitham, G.B., *J. Fluid Mech.*, 2: 146-171 (1957).