

研究論文

管状火炎の安定の研究

— 1994年1月5日受理 —

竹野 忠夫* 朱 学雷* 西岡 牧人*

1 はじめに

燃焼の研究において、火炎と流れの相互作用は重要な問題である。このため、これまでに実験的、理論的に、いろんな流れ場における火炎の性質についての研究が行われてきた。淀み流れ中に形成される平面火炎や管状火炎は、このような火炎の例である。特に軸対称で円筒状の管状火炎は、軸方向に伸長を受けると同時に曲率を持つという、燃焼学的に見て極めて興味深い性質を持つ火炎である。また、エンジンの中のような乱れの強い流れ場に対しては、乱流火炎の1つの火炎要素になっている可能性もあり、注目されている^{(1),(2)}。図1に、これまでに研究されてきた、予混合気を外側から中心に向かって吹き出されたとき形成される管状火炎1を示す。我々はこの火炎について、これまでに一連の研究を行い、火炎の安定と構造について検討してきた⁽³⁾⁻⁽⁷⁾。

これに対して、本研究では図2に示すもう1つの管状火炎2の解析を行う。この管状火炎は中心から外側に向かって吹き出される予混合気に対して形成される。すなわち、管状火炎1が未燃混合気に対して凸の曲率を持つのに対して、管状火炎2では凹の曲率を持つ。このような火炎については、すでに理論的研究⁽⁸⁾、また

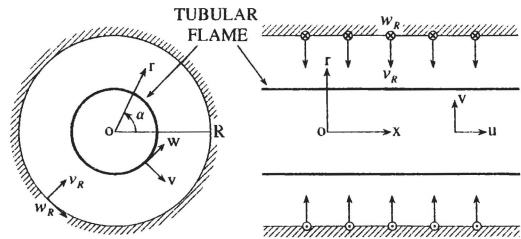


Figure 1 Tubular flame 1.

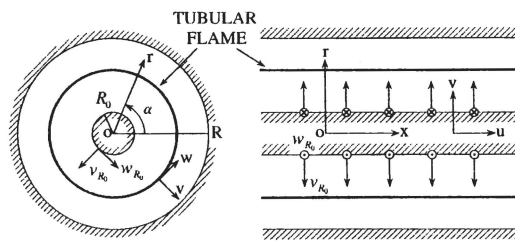


Figure 2 Tubular flame 2.

理論および実験的研究⁽⁹⁾が行われている。ところがこれらの理論研究は、回転流の存在しない場合についてのもので、また流れ場としてポテンシアル流が用いられている。よく知られているように、この流れでは予混合気はそれを吹き出す壁面上において、中心からの軸方向距離に比例した軸方向速度成分を持つ。ところが実際に多孔質円筒などを用いて予混合気を吹き出す場合に、このように壁面上の各位置においてあ

*名古屋大学工学部

らかじめ決められた方向に混合気を吹き出すことは殆ど不可能である。壁面に対して垂直な方向に吹き出す場合が最も実現しやすく、これに対応した流れ場を採用することが望ましい。またこれらの研究が対象としている火炎は、いずれも予混合気の吹き出し速度が比較的小さく、上流或いは下流での熱損失が火炎の安定に対して重要な役割を果たしている火炎である。

本研究では管状火炎 2 について、簡単な 1 ステップの総括反応に基づき、火炎面モデルを用いた漸近解析と数値計算によって火炎の構造と安定に与える火炎伸長と曲率の効果を調べて、その基本的性質を明らかにすることを目的とする。流れ場に対しては、これまでの管状火炎 1 に対する研究と同様に、予混合気が壁面に垂直方向に吹き出す相似解の流れ場を用いる。また最も基本的な場合として、熱損失の無い完全に断熱の火炎のふるまいを調べる。また同様に壁面上での表面反応の影響も無視できるものとする。このとき火炎は、伸長と曲率で決まる燃烧速度と予混合気速度との釣合のみで安定化されることになる。特に曲率の効果を明らかにするために、曲率の向きが異なる管状火炎 1 や曲率の無い平面火炎と対比させて、伸長による火炎温度や燃烧速度の変化を調べる⁽¹⁰⁾⁻⁽¹²⁾。なお計算は当量比 0.5 のメタン空気火炎について行った。

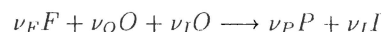
2 解析モデルと支配方程式

2.1 解析モデル

図 2 に、管状火炎 2 の解析モデルを示す。円筒座標の原点を管の中心にとり、 (x, r, α) で軸方向、半径方向距離、および回転角度を表し、 (u, v, w) でそれぞれの方向への速度成分を表す。与えられた温度 T_{R0} 、 i 成分の質量分率 $Y_{i,R0}$ の混合気が、回転する多孔質壁面より一様な速度 $(0, v_{R0}, w_{R0})$ で吹き出されて、半径方向に向かって流れ、火炎を通過した後に、燃烧ガスとなっ

て中心軸に沿って軸方向に外に向かって流れる。これによって半径 R の無限長さの管内に軸対称の管状火炎が形成される。ここで添字 R_0 は内壁での値を示す。この流れと火炎を以下の仮定を用いて解析を行う。

- (1) 流れおよび火炎は定常かつ軸対称である。
- (2) 流れは非圧縮で、密度 ρ は一定とする。
- (3) 混合気は理想気体である。
- (4) 各成分の濃度拡散係数 D は一定とする。
- (5) エネルギー式において、圧力 p による仕事、粘性による散逸、輻射、Dufour 効果は無視できる。
- (6) 混合気の定圧比熱 c_p と熱伝導率 λ は一定とする。
- (7) 考慮する成分は燃料 F 、酸化剤 O 、生成物 P 、不活性ガス I の 4 種であり、混合気は次の総括反応に従って反応を行う。すなわち ν_F モルの燃料 F と ν_O モルの酸化剤 O が反応して ν_P モルの生成物 P が生成される。



- (8) 反応速度は燃料と酸素の濃度に対して比例するものとし、また、比反応速度は温度 T に対してアレニウス型の依存性を持つ。
- (9) 壁面上では表面反応は存在せず、かつ断熱とする。

2.2 支配方程式と境界条件

以上の仮定のもとでは、支配方程式と境界条件は以下ようになる。

○連続の式：

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial x}(rv) = 0 \quad (1)$$

○運動量の方程式：

$$\begin{aligned}
 & u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \\
 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right], \\
 & u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{w^2}{r} \\
 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{v}{r^2} \right], \\
 & u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{vw}{r} \\
 &= \nu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{w}{r^2} \right] \quad (2)
 \end{aligned}$$

○成分の連続の式：

$$u \frac{\partial Y_i}{\partial x} + v \frac{\partial Y_i}{\partial r} = D \left[\frac{\partial^2 Y_i}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial Y_i}{\partial r} \right) \right] + \frac{w_i}{\rho} \quad (3)$$

○エネルギー式：

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} &= \kappa \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \\
 &\quad - \frac{\sum_{i=1}^N h_i^0 w_i}{\rho c_p} \quad (4)
 \end{aligned}$$

ただし、 p , ν , D , κ , c_p はそれぞれ混合気の圧力、動粘性係数、拡散係数、温度伝導率、定圧比熱を表し、 Y_i , w_i , h_i^0 はそれぞれ i 成分の質量分率、質量生成速度、生成エンタルピーである。

○境界条件：

$$\begin{aligned}
 r = R_0 : & u = 0, \quad v = v_{R0}, \quad w = w_{R0}, \\
 & Y_i = Y_{i,R0}, \quad T = T_{R0} \\
 r = R : & u = v = w = 0, \quad \frac{\partial Y_i}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \\
 x = 0 : & u = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \\
 & \frac{\partial Y_i}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (5)
 \end{aligned}$$

3 理論解析

3.1 相似解

まず連続の式 (1) を満たすような流れ関数 Ψ を次式で導入する。

$$\Psi(x, r) = 2R_0 v_{R0} x F(r) \quad (6)$$

ただし F は r のみの関数である。このとき

$$\begin{aligned}
 ru &= \frac{\partial \Psi}{\partial r} = 2R_0 v_{R0} x \frac{dF}{dr}, \\
 rv &= -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -2R_0 v_{R0} F \quad (7)
 \end{aligned}$$

となる。

次に w , Y_i , T が x に依存せず r のみの関数となる相似解を求める。すなわち、

$$w = w(r), \quad Y_i = Y_i(r), \quad T = T(r) \quad (8)$$

とする。

ここで、以下の無次元変数 ξ , \hat{U} , \hat{V} , h , θ と無次元パラメーターを導入する。

$$\begin{aligned}
 \xi &= \frac{r}{R}, \\
 \hat{U}(\xi) &= \frac{1}{\xi} \frac{dF}{d\xi} = \frac{R^2}{2\nu Re} \frac{u}{x}, \\
 \hat{V}(\xi) &= \frac{F}{\xi} = -\frac{R}{2\nu Re} v, \\
 h(\xi) &= \frac{w}{w_{R0}}, \quad \theta(\xi) = \frac{T}{T_{R0}}, \\
 Re &= \frac{R_0 v_{R0}}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\kappa}, \\
 Pe &= Pr Re = \frac{R_0 v_{R0}}{\kappa}, \quad Le = \frac{\kappa}{D}, \\
 B &= \frac{\nu_F R^2 \rho B_1 T^\alpha}{2\nu W_O}, \quad E_n = \frac{E}{R^0 T_{R0}}, \\
 q &= \frac{\nu_F W_F h_F^0 + \nu_O W_O h_O^0 - \nu_P W_P h_P^0}{\nu W_F c_p T_{R0}}, \\
 \varphi &= \frac{\nu_O X_{F,R0}}{\nu_F X_{O,R0}}, \quad i = \frac{W_I X_{I,R0}}{W_O X_{O,R0}}, \\
 j &= \frac{\nu_O W_O}{\nu_F W_F} \quad (9)
 \end{aligned}$$

ただし、 ξ は無次元半径方向位置、 θ は無次元温度である。また、 \hat{U} , \hat{V} および h は無次元

軸方向速度、半径方向速度および回転方向速度をそれぞれ表す。噴射 Reynolds 数 Re と噴射 Peclet 数 Pe は流れ場と温度場を支配し、Lewis 数 Le と Prandtl 数 Pr は濃度場と温度場に影響を与える。無次元の頻度係数 B 、活性化エネルギー E_n 、および発熱量 q は未燃混合気の化学的および熱力学的性質を表す。定数 i と j は燃料、酸化剤および不活性ガスの性質で決められる量である。当量比 φ は混合気の燃料濃度を表す。

このとき、 F 、 h 、 θ 、 Y_F に対して以下の無次元方程式と境界条件が導かれる。

$$\begin{aligned} \xi^2 \frac{d^3 F}{d\xi^3} + (2ReF - 1)\xi \frac{d^2 F}{d\xi^2} \\ - (2ReF - 1) \frac{dF}{d\xi} \\ - 2Re\xi \left(\frac{dF}{d\xi} \right)^2 + 8Rek'\xi^3 = 0 \\ F(\xi_0) = -\frac{1}{2}, \quad F'(\xi_0) = 0, \\ F(1) = 0, \quad F'(1) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \xi^2 \frac{d^2 h}{d\xi^2} + (2ReF + 1)\xi \frac{dh}{d\xi} \\ + (2ReF - 1)h = 0 \\ h(\xi_0) = 1, \quad h(1) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2Le} \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{dY_F}{d\xi} \right) + Pe \frac{F}{\xi} \frac{dY_F}{d\xi} \\ - PrBY_F Y_O \exp\left(\frac{-E_n}{\theta}\right) = 0 \\ Y_F(\xi_0) = Y_{F,R0}, \quad Y_F'(1) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\xi} \frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{d\theta}{d\xi} \right) + Pe \frac{F}{\xi} \frac{d\theta}{d\xi} \\ + qPrBY_F Y_O \exp\left(\frac{-E_n}{\theta}\right) = 0 \\ \theta(\xi_0) = 1, \quad \theta'(1) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

ただし、 $\xi_0 = R_0/R$ である。式(10)において k' は固有値として求められるべき量である。式(10)を解いて F を求めた後、この解を用いて式

(11), (12), (13) を解くことによって、 h 、 Y_F 、 θ を求めることができる。

ところで、 Y_F は燃料の質量分率、 Y_O は酸素の質量分率であるが、両者には次の関係が存在する。

$$Y_O(\xi) = Y_{O,R0} - j(Y_{F,R0} - Y_F(\xi)) \quad (14)$$

また、吹き出し位置での各成分の質量分率は、 φ を用いて次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} Y_{F,R0} &= \frac{\varphi}{\varphi + j(i+1)}, \\ Y_{O,R0} &= \frac{j}{\varphi + j(i+1)} \end{aligned} \quad (15)$$

一方、無次元の断熱火炎温度 θ_a と総エンタルピー ψ は次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \theta_a &= 1 + qY_{F,R0} \quad (0 \leq \varphi \leq 1), \\ \theta_a &= 1 + \frac{q}{j}Y_{O,R0} \quad (0 \leq \varphi) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \psi &= \theta + qY_F \quad (0 \leq \varphi \leq 1), \\ \psi &= \theta + \frac{q}{j}Y_O \quad (1 \leq \varphi) \end{aligned} \quad (17)$$

火炎は軸方向に伸長を受けるが、このときの無次元の火炎伸長率 K は次式で与えられる。

$$K = \frac{\delta}{S_u} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2\nu\delta}{S_u R^2} Re\hat{U} = \frac{2\nu\kappa}{S_u^2 R^2} Re\hat{U} \quad (18)$$

ここで、 S_u と δ はそれぞれ通常の一次元火炎の燃焼速度と火炎帯厚さを表している。また最後の式には $\delta = \kappa/S_u$ を用いている。

なお、式(18)で与えられる K は一般には ξ の関数となる。従って、具体的に K の値を計算するためには、どの半径方向位置で伸長を評価するかを決める必要がある。

3.2 Line Source からの吹き出しに対する流れ場の近似解

解析を簡単にするために、さらに以下の仮定をつけ加える。

(10) 混合気は中心軸上に置かれた無限小大きさの line source から吹き出す. すなわち $\xi_0 = 0$ ($R_0 = 0$) とする.

(11) 流れ場は Re を無限大としたときの非粘性流に対する解で近似できる.

(12) 回転流は考えない.

仮定 (10) は, 管状火炎 2 の基本的性質を明らかにする目的で, 最も簡単な流れ場について解析を行うために導入する. この場合, 軸方向単位長さ当たりの吹き出し流量 $2\pi R_0 v_{R0}$ は有限とするので, 吹き出し速度 v_{R0} は無限大となる. すなわち, 無次元の吹き出し流量を表す Re や Pe は有限であるが, 一方, 無次元の吹き出し速度 $\hat{V}(0)$ は無限大となる.

仮定 (11) は管状火炎 1 の解析に用いられた近似であり, Re が非常に小さい場合を除いて, 精度のよい近似解を与えることが知られている (1),(3). この仮定を F についての式に適用すると次式が導かれる.

$$\begin{aligned} \xi^2 F \frac{d^2 F}{d\xi^2} - F \frac{dF}{d\xi} - \xi \left(\frac{dF}{d\xi} \right)^2 + 4k'\xi^3 &= 0 \\ F(\xi_0) &= -\frac{1}{2}, \quad F'(\xi_0) = 0, \\ F(1) &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

この式を解くと, 次の解析解が得られる.

$$\begin{aligned} F(\xi_0; \xi) &= -\frac{1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{1 - \xi^2}{1 - \xi_0^2} \right) \right], \\ \kappa' &= \frac{\pi}{16(1 - \xi_0^2)^2} \end{aligned} \quad (20)$$

特に, $\xi_0 = 0$ のとき,

$$F(\xi) = -\frac{1}{2} \cos \left(\frac{\pi}{2} \xi^2 \right) \quad (21)$$

また, 固有値 κ' は次式で与えられる.

$$\kappa' = \frac{\pi}{16} \quad (22)$$

となる. これによって求められた流れ場に対して, 式 (12), (13) を解いて, 濃度場と温度場を

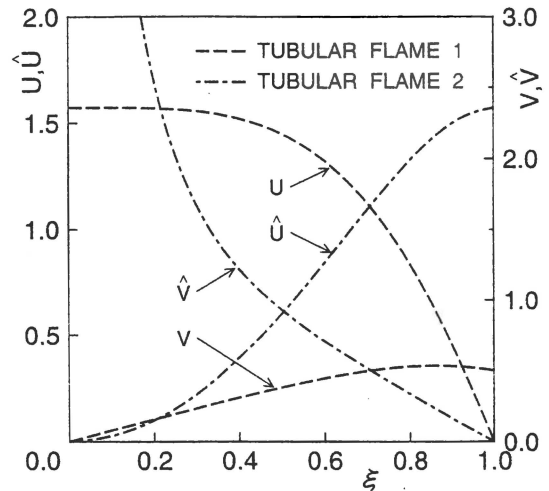


Figure 3 Comparison of flow field of tubular flame 1 and 2.

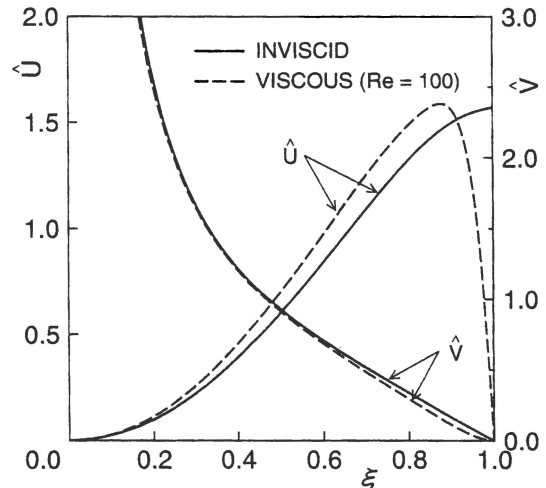


Figure 4 Flow field of tubular flame 2.

求めることになる.

図 3 に管状火炎 1 と 2 の流れ場 (無次元軸方向速度 U, \hat{U} と無次元半径方向速度 V, \hat{V}) を比較して示す. 管状火炎 1 においては, 混合気は外壁から吹き込み, 半径方向速度は中心に向かって一度わずかに増加した後にゆっくり減少する. 一方管状火炎 2 においては, 混合気は中心から外側に向かって吹き出すが, 半径方向速度は中心において無限大となり, 壁に向かって急速に減少する. また図 4 は, 本研究で用い

た非粘性流の近似の精度を調べるために、非粘性流の流れ場を Re を 100 としたときの粘性流の流れ場と比較して示したものである。非粘性流では壁面上でのスリップを許すために、軸方向速度は外壁上で最大となる。これに対して粘性流では、外壁上で軸方向成分が 0 とならなければいけないために、壁面近傍に薄い境界層が形成されて、その内部において速度が急速に減少して壁面で 0 になっていることが分かる。このように非粘性流と粘性流とでは、外壁面近傍における軸方向速度分布に大きな相違が生じる。ところが図から明らかなように、半径方向速度については両者の相違はそれほど大きくない。

前述したように濃度場と温度場は、与えられた流れ場を式 (12), (13) に代入して方程式を解いて求めることになる。これらの式に現われる対流項はいずれも半径方向速度成分 \hat{V} のみで決まり、軸方向成分は全く寄与しない。すなわち、火炎に平行な速度成分は濃度場、温度場に影響せず、従って火炎の構造や安定にも関係しないことになる。このため半径方向成分を比較的正しく与える解析解 (21) が、流れ場の良い近似を与えることになる。また、 Re の増加とともに粘性流の境界層は薄くなるが、それとともに半径方向速度の非粘性流とのずれも小さくなって、近似の精度もさらに高くなる。

3.3 漸近解析

管状火炎 1 に対する解析⁽⁴⁾と同様に、当量比 φ が十分に 1 からはなれている希薄混合気、あるいは過濃混合気に対して、式 (12), (13) で与えられる二点境界値問題を、火炎面モデルに基づく漸近解析を用いて解くことにする。このとき、次式で定義する Zeldovich 数 β は十分大きく、かつ Lewis 数 Le が 1 のオーダーであるとす。このとき、 Le は次式のように展開できる。

$$\beta = \frac{E_n}{\theta_a}, \quad \frac{1}{Le} = 1 - \frac{\ell}{\beta} \quad (23)$$

ここで、 ℓ は 1 のオーダーの定数である。

3.3.1 外部解

温度 θ と式 (17) で定義される総エンタルピー ψ を次式に従って展開する。

$$\theta(\xi) = \theta_0(\xi) - \frac{1}{\beta}\theta_1(\xi), \quad (24)$$

$$\psi(\xi) = \psi_0(\xi) + \frac{1}{\beta}\psi_1(\xi) \quad (25)$$

式 (12), (13) に、式 (24), (25) を代入すると、 θ_0 , ψ_0 及び ψ_1 に対する方程式と境界条件が次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{d\theta_0}{d\xi} \right) + 2PeF \frac{d\theta_0}{d\xi} &= 0 \\ \theta_0 &= 1, \quad \theta_0'(1) = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{d\psi_0}{d\xi} \right) + 2PeF \frac{d\psi_0}{d\xi} &= 0 \\ \psi_0 &= \theta_a, \quad \psi_0'(1) = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{d\psi_1}{d\xi} \right) + 2PeF \frac{d\psi_1}{d\xi} &= -\ell \frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{d\theta_0}{d\xi} \right) \\ \psi_1 &= 1, \quad \psi_1'(1) = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

以上の方程式を解いて得られる解は、火炎面位置 ξ_* を境として既燃側と未燃側とに分けて、次のように書くことができる。

$$\xi_* \leq \xi \leq 1:$$

$$\psi_0(\xi) = \theta_0(\xi) = \theta_a = \text{constant},$$

$$\psi_1(\xi) = \psi_f = \text{constant} \quad (29)$$

$$0 \leq \xi \leq \xi_*:$$

$$\psi_0(\xi) = \theta_a = \text{constant}, \quad (30)$$

$$\theta_0(\xi) = \theta_a - (\theta_a - 1) \frac{I(\xi)}{I(0)}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \psi_1(\xi) &= \psi_f \left\{ 1 - \frac{I(\xi)}{I(0)} \right\} - AI(\xi) \int_0^\xi \frac{F}{\xi} d\xi \\ &\quad - A \left\{ \int_\xi^{\xi_*} I(\xi) \frac{F}{\xi} d\xi \right. \\ &\quad \left. - \frac{I(\xi)}{I(0)} \int_0^{\xi_*} I(\xi) \frac{F}{\xi} d\xi \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

ここで、

$$I(\xi) = \int_{\xi}^{\xi_*} \frac{1}{\xi} \exp \left[2Pe \int_{\xi}^{\xi_*} \frac{F}{\xi} d\xi \right] d\xi, \quad (33)$$

$$I(0) = \int_0^{\xi_*} \frac{1}{\xi} \exp \left[2Pe \int_{\xi}^{\xi_*} \frac{F}{\xi} d\xi \right] d\xi \quad (34)$$

また定数 A は

$$A = 2Pe \ell \frac{\theta_a - 1}{I(0)} \quad (35)$$

で与えられる。

3.3.2 内部解

展開のための新しい独立変数 η を以下のように導入する。

$$\eta = \beta(\xi - \xi_*) \quad (36)$$

このとき、 θ と ψ を以下のように展開する。

$$\theta(\eta) = \theta_a - \frac{1}{\beta} t_1(\eta), \quad (37)$$

$$\psi(\eta) = \theta_a - \frac{1}{\beta} \phi_1(\eta) \quad (38)$$

式 (37), (38) を式 (12), (13) に代入すると、 t_1 と ϕ_1 に対する方程式が以下のように導かれる。

$$\frac{d^2}{d\eta^2} (t_1 + \phi_1) - \Lambda (t_1 + \phi_1) \exp \left(\frac{-t_1}{\theta_a} \right) = 0 \quad (39)$$

$$\frac{d^2 t_1}{d\eta^2} - \Lambda (t_1 + \phi_1) \exp \left(\frac{-t_1}{\theta_a} \right) = 0 \quad (40)$$

ここで、定数 Λ と a は次式で与えられる。

$$\Lambda = \frac{2PrBa}{\beta^2 e^\beta}$$

$$a = |Y_{O,R0} - jY_{F,R0}| = \frac{j|1 - \varphi|}{\varphi + j(i+1)} \quad (41)$$

境界条件は次式で与えられる。

$$\eta \rightarrow -\infty : t_1 \rightarrow +\infty$$

$$\eta \rightarrow +\infty : t_1 + \phi_1 \rightarrow 0, \quad \phi_1 \rightarrow \psi_f,$$

$$\frac{dt_1}{d\eta} \rightarrow 0, \quad \frac{d\phi_1}{d\eta} \rightarrow 0 \quad (42)$$

式 (39), (40), (42) により、以下の解が得られる。

$$\phi_1(\eta) = \psi_f = \text{constant},$$

$$\left(\frac{dt_1}{d\eta} \right)^2 = 2\Lambda \theta_a^2 \exp(\psi_f/\theta_a)$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{t_1 + \psi_f + \theta_a}{\theta_a} e^{-(t_1 + \psi_f)/\theta_a} \right\} \quad (43)$$

これより、

$$\left(\frac{dt_1}{d\eta} \right)_{\eta \rightarrow -\infty} = -\sqrt{2\Lambda} \theta_a e^{\psi_f/2\theta_a} \quad (44)$$

が導かれる。

3.3.3 接続条件

式 (24), (28), (36), (37) により、火炎面の接続条件は次式で与えられる。

$$\left(\frac{d\theta_0}{d\xi} \right)_{\xi_*^-} = - \left(\frac{dt_1}{d\eta} \right)_{\eta \rightarrow -\infty}, \quad (45)$$

$$\left[\frac{d\psi_1}{d\xi} \right]_{\xi_*^-}^{\xi_*^+} = -\ell \left[\frac{d\theta_0}{d\xi} \right]_{\xi_*^-}^{\xi_*^+} \quad (46)$$

式 (31), (33), (44), (45) により、次式が導かれる。

$$\left(\frac{\theta_a}{\theta_a - 1} \right) \sqrt{2\Lambda} e^{\psi_f/2\theta_a} = \frac{1}{\xi_* I(0)} \quad (47)$$

また、式 (31), (32), (35), (46) により、次式が得られる。

$$1 + \frac{\psi_f}{2\theta_a \gamma} = -\frac{2Pe}{I(0)} \int_0^{\xi_*} \frac{F}{\xi} \int_0^{\xi} \frac{1}{\xi} \times \exp \left[2Pe \int_0^{\xi_*} \frac{F}{\xi} d\xi \right] d\xi d\xi,$$

$$= \frac{2Pe}{I(0)} \int_0^{\xi_*} [I(\xi) - I(0)] \frac{F}{\xi} d\xi \quad (48)$$

ここでは、 γ は次式で与えられる定数である。

$$\gamma = \ell \frac{\theta_a - 1}{2\theta_a} \quad (49)$$

式 (37), (42) により, 火炎温度 θ_* は次式のようになる.

$$\theta_* = \theta_a + \frac{\psi_f}{\beta} \quad (50)$$

式 (47), (48), (50) により, 吹き出し流量を表す Peclet 数 Pe を変えたときの火炎面位置 ξ_* と火炎温度 θ_* の変化を調べることができる. また, これに式 (9), (18) を用いると, 火炎伸長率 K の変化による, 火炎温度 θ_* と見かけの無次元燃焼速度 $|v_*|/S_u$ の変化も調べることができる. ここで, 通常の一次元火炎に対する漸近解析から, 燃焼速度 S_u はこの解析の表示を用いて次式で表される.

$$S_u = \frac{\kappa}{R} \left(\frac{\theta_a}{\theta_a - 1} \right) \sqrt{2\Lambda} \quad (51)$$

以上の理論解析により, 火炎温度 θ_* は式 (50) のように表すことができる. 火炎面モデルに基づく漸近解析においては, 火炎面温度が, 熱と物質の拡散速度のアンバランスによる超過エンタルピー ψ_f により, 完全に決められる. $Le = 1$ の場合には, 式 (23), 式 (48), 式 (49) により, 超過エンタルピー $\psi_f = 0$, すなわち, 火炎面温度は断熱火炎温度になる. $Le < 1$ の場合に, このアンバランスによる超過エンタルピーが増加し, 火炎面温度が上昇して断熱火炎温度より高くなる. 逆に, $Le > 1$ の場合には, 超過エンタルピーが減少し, 火炎面温度が低下し, 断熱火炎温度より低くなる.

式 (47), (48) を連立させて解くことにより, 火炎面位置 ξ_* と火炎温度 θ_* を Peclet 数の関数として求めることができる. その際, パラメータは Λ , θ_a , γ となる.

4 計算結果

4.1 対象とする火炎

以下に, 管状火炎 1 に対する解析⁽⁴⁾と同様に, 予混合気を当量比 $\varphi = 0.5$ のメタン空気とした

場合について具体的な計算を行った. その際, 以下の無次元パラメータの値を用いた.

$$\begin{aligned} \varphi &= 0.5, & Pr &= 1.0, & B &= 3.0 \times 10^9, \\ E_n &= 50.3271, & q &= 138.945, \\ \theta_a &= 4.93237, & \beta &= 10.20344, \\ \alpha &= 0.113207, & \Lambda &= 241.6761 \end{aligned} \quad (52)$$

Lewis 数に関しては, 式 (23) で定義されるパラメータ l は $-2, 0, 2$ とした. このときそれぞれの l に対応する Lewis 数は次のようになる.

$$Le = 0.83611, \quad 1.00000, \quad 1.24380 \quad (53)$$

なお, 上記関係式の解析解を得るために, 式 (47), (48) の中の積分 $I(\xi)$ に近似を用いて解析解を得ることを試みた⁽¹⁰⁾. しかし, この近似は火炎面位置 ξ_* が 0 に近いときには精度がよいが, ξ_* が 1 に近づくにつれて急速に悪くなり, 壁付近での火炎面の挙動を正確に記述することができない⁽¹¹⁾. このため, 今回の計算では近似を用いないで, そのまま数値積分を行うことにした.

4.2 漸近解析結果

図 5 に, Pe を変えたときの火炎面位置 ξ_* の変化を管状火炎 1 と管状火炎 2 に対して比較して示す. Pe は予混合気の吹き出し流量を表している. 同じ Pe に対して, 管状火炎 1 では解が多重解を持ち, Pe が大きくなると, 火炎は中心に近づき, ある位置で消炎することになる. 一方, 管状火炎 2 では解は一重解で, Pe が大きくなると火炎は壁に向かって移動し, 壁に付着するまで消炎しない. このため, 管状火炎 1 に比較して, 火炎を安定化できる予混合気の限界吹き出し流量が大きくなる.

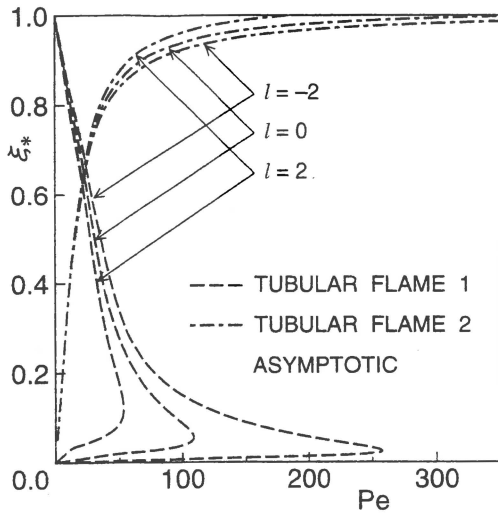


Figure 5 Flame surface position plotted against Peclet number.

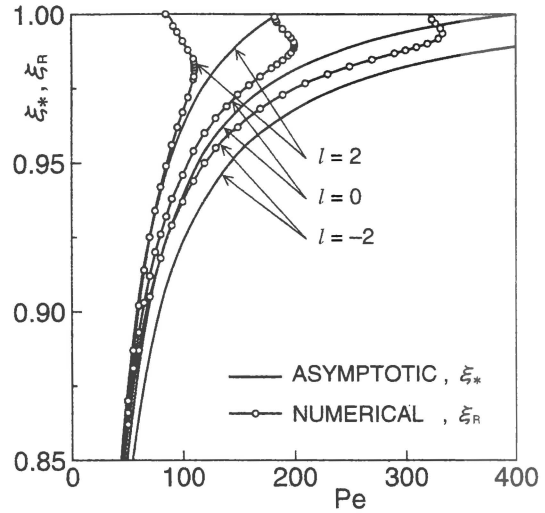


Figure 6 Flame surface and reaction zone positions plotted against Peclet number.

4.3 数値計算結果

本研究では、流れ場に対しては、式 (21) で与えられる非粘性流の解析解を用いて、式 (12) と (13) で与えられる二点境界値問題を数値計算によって直接解いた。得られた結果を漸近解析の結果と比較し、検討した。なお、常微分方程式の数値計算は Runge-Kutta-Gill 法によって行った。

図 6 に、管状火炎 2 において Pe を変化したときの火炎位置の変化を、漸近解析と数値計算の結果を比較して示す。火炎位置としては、漸近解析では火炎面位置 ξ_* 、また数値計算では発熱速度が最大になる位置 ξ_R を用いている。同じ Le に対して、両者とも Pe が大きくなると、火炎は壁に向かって移動する。漸近解析では解は常に一重解で、 Pe が大きくなっても火炎は壁に付着するまで消炎しない。一方、数値計算では多重解が現われ、火炎が壁に着く以前に消炎が生じる。これは火炎が壁に近づくとともに、反応帯での滞在時間が短くなって十分に反応ができなくなり、壁近傍での未燃成分が増加して、ついにある位置で消炎することによる。このため、火炎を安定化できる限界吹き出し流量は、完

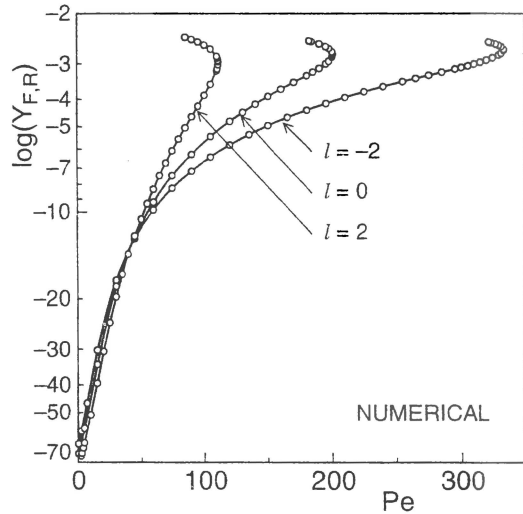


Figure 7 Fuel mass fraction remaining on the wall plotted against Peclet number.

全燃焼を前提とした火炎面モデルに基づく漸近解析に比べて小さくなる。

図 7 に数値計算で求めた、壁における未燃成分の Pe による変化を示す。 Pe の増加とともに火炎は壁に近づき、未燃成分が急速に増加して消炎に至る。消炎時の未燃成分の量は 3 つの Le

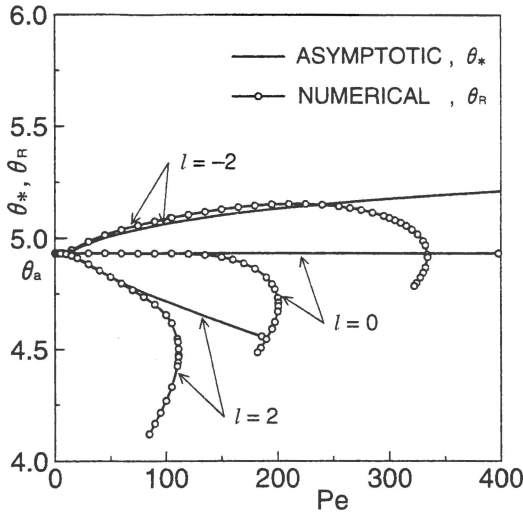


Figure 8 Flame temperature plotted against Peclet number.

に対して、ほぼ同じ値 $Y_{F,R} \approx 1 \sim 2 \times 10^{-3}$ を与える。吹き出しのときの値 $Y_{F,0} = 2.83 \times 10^{-2}$ であるから、未燃成分の量がもとの混合気の 1 割程度に達すると消炎が生じることになる。

図 8 に、 Pe を変化したときの火炎温度の変化を、漸近解析と数値計算とを比較して示す。火炎温度としては、漸近解析では火炎面 θ_* 、また数値計算では最高温度である壁での温度 θ_R を用いている。両者とも Le が 1 より大きいときには、 Pe の増加によって火炎伸長が大きくなり、火炎温度は断熱火炎温度 θ_a より低くなる。逆に Le が 1 より小さいときには、火炎温度は断熱火炎温度 θ_a より高くなる。しかし数値計算では、 Pe が大きくなるとともに未燃成分が増加するので、さらに Pe を増加させると、どの Le に対しても火炎温度は Pe の増加とともに減少する。

5 燃焼速度に与える曲率の効果

管状火炎 2 のように壁近傍で消炎が生じる火炎では、火炎面モデルに基づく漸近解析は火炎

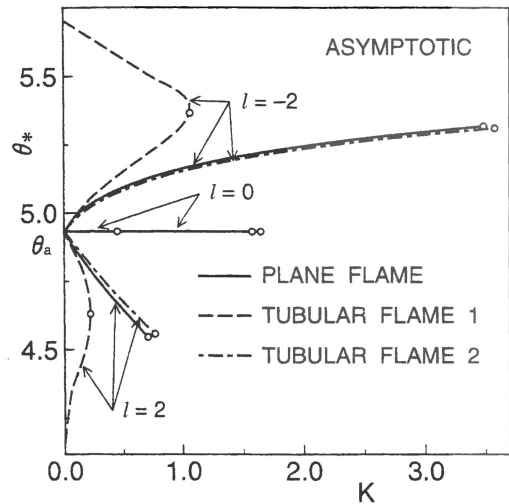


Figure 9 Flame temperature plotted against flame stretch.

の安定を調べる手段としては必ずしも有効ではない。しかし、火炎伸長によって、火炎面温度や燃焼速度がどのように変化をするかを調べるには有効である。ここでは、このふるまいが曲率によってどう変化をするかを調べるために漸近解析の結果を用いる。

管状火炎 1 では、予混合気を外側から流入し、未燃側から見ると火炎面は凸となる。逆に管状火炎 2 では予混合気が中心から噴射されるので、未燃側から見ると火炎面は凹となる。すなわち、管状火炎 1 と管状火炎 2 とでは逆の曲率を受けることが分かる。その中間として、曲率を受けない淀み流れの平面火炎がある。

以上 3 つの火炎を比較して、火炎伸長に対する火炎面温度と燃焼速度の変化を調べた。図 9 と図 10 に、火炎伸長率 K を変化させたときの火炎面温度 θ_* と見かけの燃焼速度 $|v_*|/S_u$ の変化を示す。いずれの火炎においても K は火炎面位置における伸長率を表わしている。図 9 において 3 つの火炎とともに、 Le が 1 の場合には火炎面温度は伸長に無関係に常に断熱火炎温度 θ_a となる。ところが Le が 1 より大きい場合には、火炎面温度は伸長によって θ_a より低

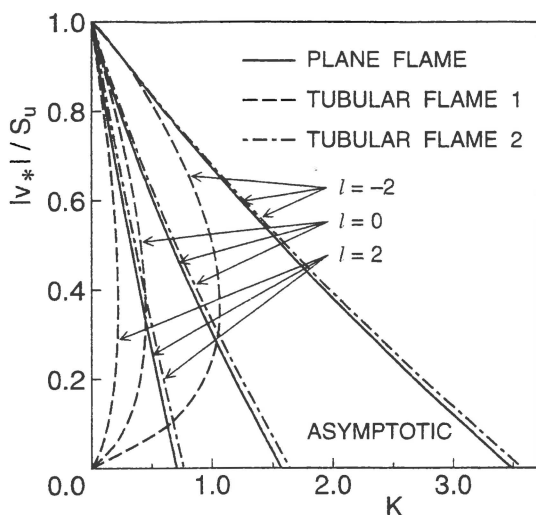


Figure 10 Apparent burning velocity plotted against flame stretch.

くなり、逆に Le が 1 より小さい場合には伸長によって θ_a より高くなる。そのときの変化の仕方を平面火炎と比較すると、管状火炎 1 では伸長の効果を強める方向に、また管状火炎 2 では伸長の効果を打ち消す方向に変化する。すなわち、未燃側から見て凸の曲率は伸長の効果を強調し、凹の曲率は伸長の効果を抑制する方向に作用する。またそのときの作用の仕方は、凸の火炎で大きく、凹の火炎で小さい。

また図 10 において 3 つの火炎ともに、見かけの燃焼速度は火炎伸長とともに減少する。このときの曲率の効果は火炎面温度に対するものと同じく、凸の曲率は伸長の効果を強調し、凹の曲率は伸長の効果を抑制する。さらにその影響も火炎面温度の場合と同じく、凸の強調効果が著しいのに対して、凹の抑制効果は比較的小さい。図 5 に示したように、凸凹いずれの火炎も Pe とともに火炎面位置 ξ_s がほぼ 0 から 1 まで変化している。すなわち伸長率 K の値とともに、火炎面の曲率半径の大きさはほぼ 0 から 1 まで変化する。図 9, 10 の凸の火炎において、 K の値を増加させるとともに火炎面半径は小さくなり、曲率は大きくなっている。すなわ

ち凸の火炎において、 K とともに火炎面温度や燃焼速度が平面火炎のものから大きくずれてくるのは、曲率の大きさが大きくなることによるものと考えられる。これに対して凹の火炎では、平面火炎からのずれは K の値によってそれほど変化しない。曲率の大きさがそれほど影響していないことになる。

6 結論

1. 管状火炎 1 に比べて管状火炎 2 では、火炎を安定化できる限界の吹き出し流量は大きい。
2. 管状火炎 2 において、火炎面モデルに基づく漸近解析では、火炎面は吹き出し流量の増加とともに壁に近づき、壁に付着して消炎する。これに対して、火炎背後の未燃成分の存在を考慮した数値計算の結果では、火炎は壁に付着する前に消炎する。従って、火炎の安定特性を検討するには、火炎面モデルに基づく漸近解析は必ずしも正確な結果を与えない。
3. 火炎面温度や燃焼速度は火炎伸長とともに変化するが、曲率はその変化の仕方に影響する。未燃側から見て凸の曲率は伸長の効果を強調する方向に作用し、その影響は曲率の大きさとともに強くなる。逆に凹の曲率は伸長の効果をわずかに抑制するが、その影響は曲率の大きさにあまり依存しない。

参考文献

- (1) 竹野, 石塚, 西岡, “管状火炎の研究”, 日本航空宇宙学会誌, 第 36 巻第 411 号, 1988 年, pp.173-180.

- (2) Ishizuka, S., "Characteristics of Tubular Flames", Prog. Energy Combust. Sci., Vol.19, 1993, pp.187-226.
- (3) Takeno, T. and Ishizuka, S., "A Tubular Flame Theory, Combustion and Flame", Vol.64, 1986, pp.83-98.
- (4) Takeno, T., Nishioka, M. and Ishizuka, S., "A Theoretical Study of Extinction of a Tubular Flame", Combustion and Flame, Vol.66, 1986, pp.271-283.
- (5) Nishioka, M., Takeno, T. and Ishizuka, S., "Effects of Variable Density on a Tubular Flame", Combustion and Flame, Vol.73, 1988, pp.287-301.
- (6) Nishioka, M., Inagaki, K., Ishizuka, S. and Takeno, T., "Effects of Pressure on Structure and Extinction of Tubular Flame", Combustion and Flame, Vol.86, 1991, pp.90-100.
- (7) 西岡, 竹野, "管状火炎に与える圧力拡散の効果", 第 30 回燃焼シンポジウム前刷集, 1992 年, pp.91-93.
- (8) Mikolaitis, D. W., "The Cylindrical Stretched Flame", Combustion and Flame, Vol.56, 1984, pp.327-335.
- (9) Kitano, M., Kobayashi, H. and Otsuka, Y., "A Study of Cylindrical Premixed Flames with Heat Loss", Combustion and Flame, Vol.76, 1989, pp.89-105.
- (10) 朱, 西岡, 竹野, "火炎の安定に与える流れと火炎の形状の効果", 第 29 回燃焼シンポジウム前刷集, 1991 年, pp.250-252.
- (11) 朱, 西岡, 竹野, "火炎の安定に与える曲率の効果", 第 30 回燃焼シンポジウム前刷集, 1992 年, pp.100-102.
- (12) 朱, 西岡, 田村, 竹野, "管状火炎の安定特性", 第 31 回燃焼シンポジウム前刷集, 1993 年, pp.201-203.

Theoretical Studies on Stability of A Tubular Flame

Tadao Takeno, Xue-lei Zhu and Makihito Nishioka

Department of Mechanical Engineering

Nagoya University

A theoretical study of a new type of axisymmetric tubular flame was made. The flame is concave towards unburnt mixture in contrast to the previous tubular flame, which is convex towards unburnt mixture and has been studied so far by the present authors in a series of work. The stability behavior of the new flame was studied by means of asymptotic analysis to be compared to that of the previous flame. The numerical calculation was made as well so as to make a comparison with and assure the validity of the analysis. The studies have shown that the limiting flow rate, above which the flame will be extinguished, is much larger for the new flame. The effects of flame stretch on the flame temperature and on the apparent burning velocity are decelerated in the new flame, whereas they are accelerated in the previous flame.