

■原著論文/ORIGINAL PAPER■

二つの噴流拡散マイクロフレームの相互干渉に関する理論的考察
A Simple Theory of Interaction between Two Jet Diffusion Microflames桑名 一徳^{1*}・平沢 太郎²・中村 祐二³KUWANA, Kazunori^{1*}, HIRASAWA, Taro², and NAKAMURA, Yuji³¹ 山形大学大学院理工学研究科 〒992-8510 米沢市城南 4-3-16
Yamagata University, 4-3-16 Jonan, Yonezawa, Yamagata 992-8510, Japan² 中部大学工学部 〒487-8501 春日井市松本町 1200 番地
1200 Matsumoto-cho, Kasugai, Aichi 487-8501, Japan³ 北海道大学大学院工学研究院 〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目
Hokkaido University, N13W8, Kita-ku, Sapporo 060-8628, Japan

2012年4月10日受付; 2012年7月23日受理/Received 10 April, 2012; Accepted 23 July, 2012

Abstract : This paper presents a simple theory that addresses the interaction between two identical jet diffusion microflames. Point-source diffusion flames under a uniform flow are considered. Since the dimensionless burner-burner distance, defined as the distance between burner axes divided by the burner diameter, is the only parameter in the dimensionless system adopted, its influence on the predicted flame shape is analytically studied. It is found, similarly to the interaction between two burning droplets, that (1) when the burner-burner distance is sufficiently large, each microflame behaves as an isolated flame, (2) two flames approach each other with a decrease in the burner-burner distance, (3) two flames merge when the burner-burner distance is less than a critical value, and finally (4) two flames unite and behave like a single flame when the burner-burner distance is close to the burner diameter. The critical burner-burner distance in which two flames touch each other is derived.

Key Words : Microflame, Diffusion flame interaction, Flame shape, Mixture fraction

1. 緒言

噴流拡散マイクロフレームは直径が1 mm程度以下のバーナー上に形成される拡散火炎であるが、微小熱源としての応用が期待され、燃焼研究のテーマの一つとなっている[1-7]。単独のマイクロフレームを用いるような応用方法も考えられるが、複数のマイクロフレームを同時に用いることも当然考えられる。例えば、平沢・中村[8,9]は、複数のマイクロフレームを基盤目状に配置し、均一で高負荷の面加熱デバイスであるマイクロフレームアレイ(図1)を開発した。

このように複数のマイクロフレームを同時に用いる場合、マイクロフレーム同士の干渉を考慮しなければならない。本論文では、マイクロフレーム同士の干渉が起こるような系のなかで最も単純な、二つの同一なマイクロフレ

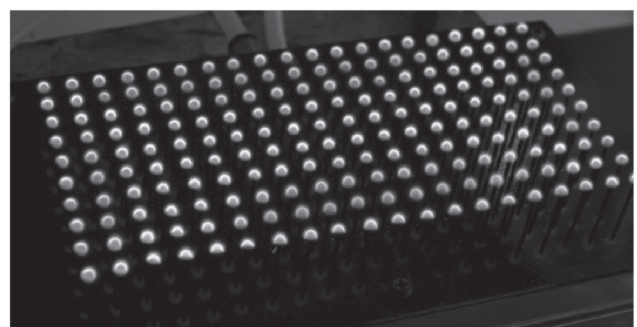


Fig.1. Microflame array developed by Hirasawa and Nakamura.

ームの干渉を検討する。実は、このような検討は Hirasawa ら [10]により既に行われている。図2に彼らの実験結果を模式的に示すが、二つのマイクロフレームが干渉すると次のような現象が観察された(なお、図2中の a はバーナーの中心軸間距離の1/2である)。

* Corresponding author. E-mail: kuwana@yz.yamagata-u.ac.jp

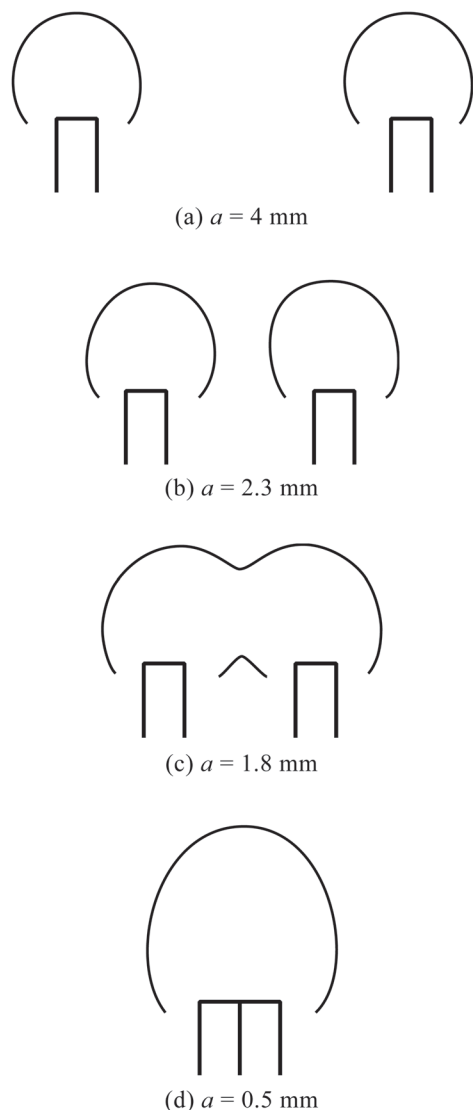


Fig.2. Schematic diagram of experimentally observed shape of methane flame (from Ref. [10]). The outer diameter of burner (which is depicted by the burner width in the figure) is 1 mm, and the inner diameter is 0.7 mm. The average fuel jet velocity at the burner exit is 0.25m/s. The distance between burner axes is $2a$.

- 二つのマイクロフレームが十分に離れている場合は、単独のマイクロフレームのように振る舞う (図 2a)
- バーナー間距離の減少に伴い、お互いに引き寄せられるように火炎形状が変化する (図 2b)
- バーナー間距離がある限界値以下になると、二つの火炎は融合する (図 2c)
- バーナー間距離が非常に小さくなると、あたかも一つの火炎のように振る舞う (図 2d)

図 2c あるいは図 2d のように二つのマイクロフレームが融合してしまうと、もはや当初のマイクロフレームではなくなってしまう。したがって、二つのマイクロフレームが融合する限界バーナー間距離を知ることは、マイクロフレームの応用の観点から非常に重要である。Hirasawa ら[10]は、

図 2 のような実験に加えて、数値流体力学 (CFD) 計算も行い、実験結果とよく一致する結果を得ている。

本研究の目的は、マイクロフレームの干渉の理論解析を行うことである。二つのマイクロフレームが融合する限界バーナー間距離を解析的に導ければ、マイクロフレームを用いたデバイスの設計に役立つと期待される。図 1 のようなデバイス設計のためには 3×3 などの基盤目状マイクロフレームの干渉を解析するのが適切かもしれないが、先述の実験および CFD 研究などと比較するための基礎情報を得るために、まずは二つのマイクロフレームの干渉を対象とする。これは、後述の液滴燃焼研究事例にならったものでもある。なお、本研究の解析手法は、 3×3 などの基盤目状マイクロフレームの干渉に直ちに適用可能である。

図 2 のような現象をシンプルに解析するためには一様流中の火炎挙動を検討するのが定石であるが、マイクロフレームの干渉という観点ではそのような解析は実施されていないようなので、以下に解析結果を報告する。

なお、拡散火炎の干渉に関する理論解析の例として、液滴燃焼の干渉が挙げられる。例えば、Umemura ら[11]は拡散燃焼する二つの液滴の干渉を理論的に解析し、条件によっては火炎が融合する様子を再現した。Umemura らの解析と本研究の違いは、流れ場をどのように与えるかである。Umemura らは、液滴周囲の流れ場をポテンシャル流により表したが、本研究が対象とするようなバーナー火炎では先述のように一様流近似が広く用いられている。一様流を仮定することにより解析が非常に単純になるので、拡散火炎の干渉のような比較的複雑にみえる現象も極めて簡単に取り扱える。

拡散火炎の干渉は、今回対象とするマイクロフレームや上述の液滴火炎だけでなく、皺状層流火炎での火炎片同士の干渉など、様々な状況で生じる現象である。今回のような非常に単純な解析により、これらの現象に関する基礎的な知見が得られることも期待される。

2. 基礎式と境界条件

図 3 に示すような系を考える。直径 d のバーナーが x 方向に距離 $2a$ だけ離れている。当然、 $a \geq d/2$ である。バーナー出口は平面 $z=0$ に位置し、解析対象は $z \geq 0$ である。流れは z 方向の一様流とし、流速を U とする (このような一様流を用いた解析では、 U をバーナー出口における燃料の速度として与えることが多い)。実は、バーナー流れに対する Navier-Stokes 方程式の解析解はよく知られている。例えば、密度変化を無視した点源噴流の流れ場[12]を図 4 に示す。なお、密度変化の効果や有限のバーナー径の効果は、図 4 に示した解に対する摂動として取り扱うことができる。図 4 に示したように、バーナーからの主流により (あるいは、実際の火炎の場合浮力によっても) バーナー周囲の流れが誘起されるので、一様流に近い流れが生じる[10]。一様流を仮定する最大の利点は、以下に示すように基礎式が線型

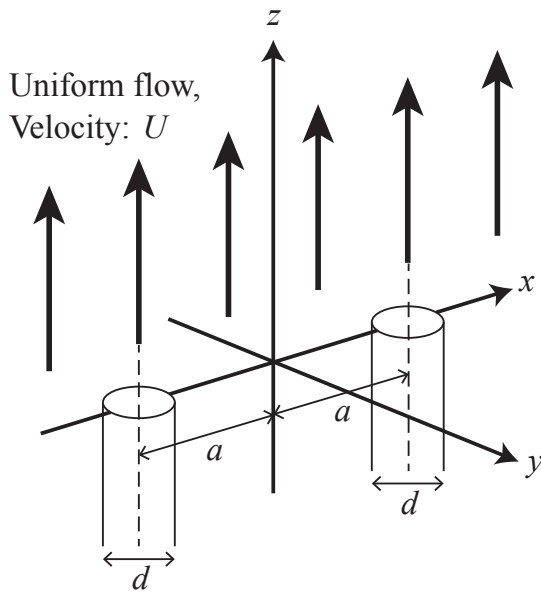


Fig.3. Schematic diagram of the present model.

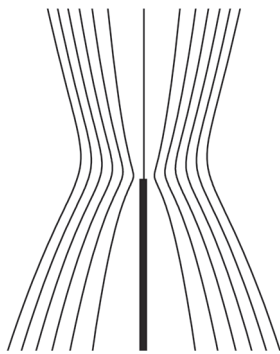


Fig.4. Solution of the Navier-Stokes equation for a constant-density, point-source jet flow.

であるため解の線型結合を自由に行えることであり、本研究のように複数の火炎を考慮するにはうってつけである。一方、図4の流れ場を用いた単独マイクロフレームの解析も過去に行われている[13]が、Navier-Stokes 方程式の非線形性のため、流れ場の重ね合わせができない。ポテンシャル流を仮定すれば流れ場の重ね合わせが可能になるが、言うまでもなく一様流は最も単純なポテンシャル流である。なお、二つの火炎が近づくと流れ場も変化し、この流れ場の変化が火炎の干渉にも影響すると考えられる。ここでは、研究の第一段階として、このような流れ場の影響を切り離して考えて、火炎が近づくことによる濃度場や温度場の変化のみを考慮する。このような評価をまず行うことで、今後予定している詳細な CFD 計算との比較などにより個々の要因が現象に寄与する影響度を検討できると期待される。一様流を用いた解析は広く行われており、一般に、定量的には数十パーセント程度の誤差が生じるものの、結果のパラメータ依存性など定性的には正しい結果が得られる

ことが知られている[14].

本研究では混合分率 Z を用いた解析を行う。つまり、反応速度が無限に速いとみなし、全ての化学種に対して Lewis 数が 1 であると仮定する。燃料の Lewis 数は当然ながら燃料の種類に依存する。しかし、拡散火炎の形状には燃料よりも酸素の拡散係数が大きな影響を及ぼすので、燃料の拡散係数の違いはそれほど重要ではない。例えば、混合分率モデルを用いた Roper らの研究[15] (拡散火炎形状に及ぼす浮力の影響のバイオニア的研究としてよく知られている) でも、酸素の拡散係数を用いることにより様々な燃料の火炎形状を予測できることが確認されている。したがって、拡散火炎理論の多くは Lewis 数を 1 と仮定した混合分率モデルに基づいている。なお、混合分率とは空気では $Z=0$ 、燃料では $Z=1$ となるスカラー量で、総括一段階反応を仮定すると次式で定義される。

$$Z = (\beta - \beta_0) / (\beta_F - \beta_0) \quad (1)$$

ただし、 β は次式で定義される量で、 β_0 と β_F はそれぞれ空気中および燃料中における β の値を表す。

$$\beta = Y_F - (v_F W_F / v_O W_O) Y_O \quad (2)$$

(2) 式の Y_i , v_i , W_i は、それぞれ、化学種 i の質量分率、量論係数、モル質量で、添え字の F と O はそれぞれ燃料と酸素を示す。

境界層近似と同様に流れ方向、すなわち z 方向の拡散や熱伝導を無視し、拡散係数を一定とすると、混合分率の保存式は次のようになる。

$$\frac{\partial Z}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial \bar{y}^2} \right) \quad (3)$$

ただし、(3) 式は無次元式で、 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (x/d, y/d, z/d)$ である。また、 $Pe (\equiv Ud/D, D$ は拡散係数) は Péclet 数である。なお、混合分率モデルでは、(2) 式で定義される β が $\beta=0$ となる面が火炎面である。したがって、(1) 式より、

$$Z = Z_{st} \equiv -\frac{\beta_0}{\beta_F - \beta_0} = \frac{(v_F W_F / v_O W_O) Y_{O,0}}{Y_{F,F} + (v_F W_F / v_O W_O) Y_{O,0}} \quad (4)$$

という等値面が火炎面である。ただし、(4) 式の $Y_{O,0}$ は空気中の酸素の質量分率で、 $Y_{F,F}$ は燃料噴流中の燃料の質量分率である。

以下の解析では、

$$\eta \equiv \bar{z} / Pe \quad (5)$$

という変数変換により (3) 式を次のように変換し、これを基礎式とする。

$$\frac{\partial Z}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 Z}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial \bar{y}^2} \quad (6)$$

混合分率 Z の $\eta = 0$ (つまり, $\bar{z} = 0$) における境界条件は次のようになる.

$$\begin{cases} Z = 1 & (\bar{x} - \bar{a})^2 + \bar{y}^2 < 1/4 \text{ または} \\ & (\bar{x} + \bar{a})^2 + \bar{y}^2 < 1/4 \text{ の場合} \\ Z = 0 & \text{それ以外の場合} \end{cases} \quad (7)$$

ただし, $\bar{a} \equiv a/d$ で, $2\bar{a}$ が無次元バーナー間距離である.

3. 点源近似

(6) 式はいわゆる熱伝導方程式や拡散方程式と同じ形であり, (7) 式の境界条件に対する解析解は容易に得られる. しかし, その解析解はやや複雑な式で与えられるので, 値を評価するのが少し面倒である. そこで, 点源近似を採用してより簡潔な解を得ることを検討する. 点源近似とは, 図3におけるバーナー出口が点で表されると仮定するものである. つまり, 図3の系の場合, バーナー出口が $(a, 0, 0)$ および $(-a, 0, 0)$ の二つの点で表されると仮定する.

このような点源近似の妥当性を簡単に確認しておく. そのために単独のバーナーを考え, バーナー出口の中心が原点である系を考える. この場合, $\eta = 0$ における境界条件は次のようになる.

$$\begin{cases} Z = 1 & \bar{x}^2 + \bar{y}^2 < 1/4 \text{ の場合} \\ Z = 0 & \text{それ以外の場合} \end{cases} \quad (8)$$

(6) 式と (8) 式の系の厳密解は次式で与えられる.

$$Z = \frac{1}{2} \int_0^\infty J_1\left(\frac{\lambda}{2}\right) J_0(\lambda \bar{r}) e^{-\lambda^2 \eta} d\lambda \quad (9)$$

ただし, J_ν は ν 次の第1種 Bessel 関数で, $\bar{r} \equiv (\bar{x}^2 + \bar{y}^2)^{1/2}$ である. (9) 式の積分は一般に数値的に評価する必要があるが, $\bar{r} = 0$ の中心軸 (η 軸) 上に限っては次のように簡単な式で表される.

$$Z = 1 - e^{-1/16\eta} \quad (10)$$

一方, 点源噴流を仮定した場合の解は以下である.

$$Z = \frac{1}{16\eta} e^{-\bar{r}^2/4\eta} \quad (11)$$

(11) 式は, バーナー出口の位置する $\eta = 0$ の平面上では, Z が無限大になる $\bar{r} = 0$ 以外は $Z = 0$ である. つまりデルタ関数のような性質を持つ. なお, (11) 式の比例定数である $1/16$ は, 任意の $\eta (> 0)$ における η 方向の Z 流束, つまり, いまの無次元系では

$$\int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty Z d\bar{x} d\bar{y} \quad (12)$$

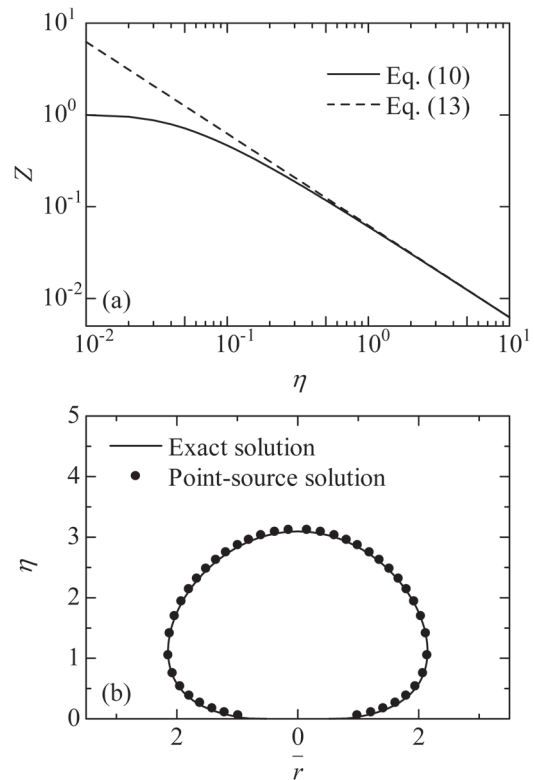


Fig.5. Comparison between point-source and exact solutions. (a): mixture fraction along the axis; (b): flame shape for $Z_{st} = 0.02$.

という積分値 (この値は η に依存しない) が境界条件 (8) に対応する値, つまり $\pi/4$ になるように定めた. (11) 式は中心軸上では

$$Z = \frac{1}{16\eta} \quad (13)$$

となる. 厳密解 (10) 式と点源近似解 (13) 式の比較を図5(a)に示す. $\eta \rightarrow \infty$ のとき $e^{-1/16\eta} = 1 - 1/16\eta + O(1/\eta^2)$ なので, η が大きくなれば (10) 式は (13) 式に漸近する. 本モデルでは $Z = Z_{st}$ となるところが火炎位置 (η_{st} と書く) なので, $Z_{st} \ll 1$ なら $\eta_{st} \geq 1$ となり, (10) 式と (13) 式はほとんど同じ火炎位置を与える. 空気中で水素やメタンなど通常の可燃性気体が燃焼する場合, $Z_{st} \ll 1$ という条件が通常満たされる. 例えば, 図1のような空気中でのメタン燃焼の場合, (4) 式において $\nu_F W_F / \nu_O W_O = 0.25$, $Y_{O,0} = 0.23$ および $Y_{F,F} = 1$ とすると, $Z_{st} = 0.054$ である. そしてこのとき, (10) 式と (13) 式により計算される火炎位置には 3% 程度の差しかない. また, 厳密解 (9) 式と点源近似解 (11) 式から得られる火炎形状を図5(b)に示すが, 両者の違いはほとんど見られない. 以上のことから, 点源近似の採用は妥当なものだと確認できる. (11) 式が (9) 式よりはるかに取り扱いやすいことを考えると, 点源近似は非常に魅力的である.

$(\bar{a}, 0, 0)$ と $(-\bar{a}, 0, 0)$ に点源噴流が位置する場合の基礎式 (6) の解は, それぞれの点源噴流のみに対する解の和で表され

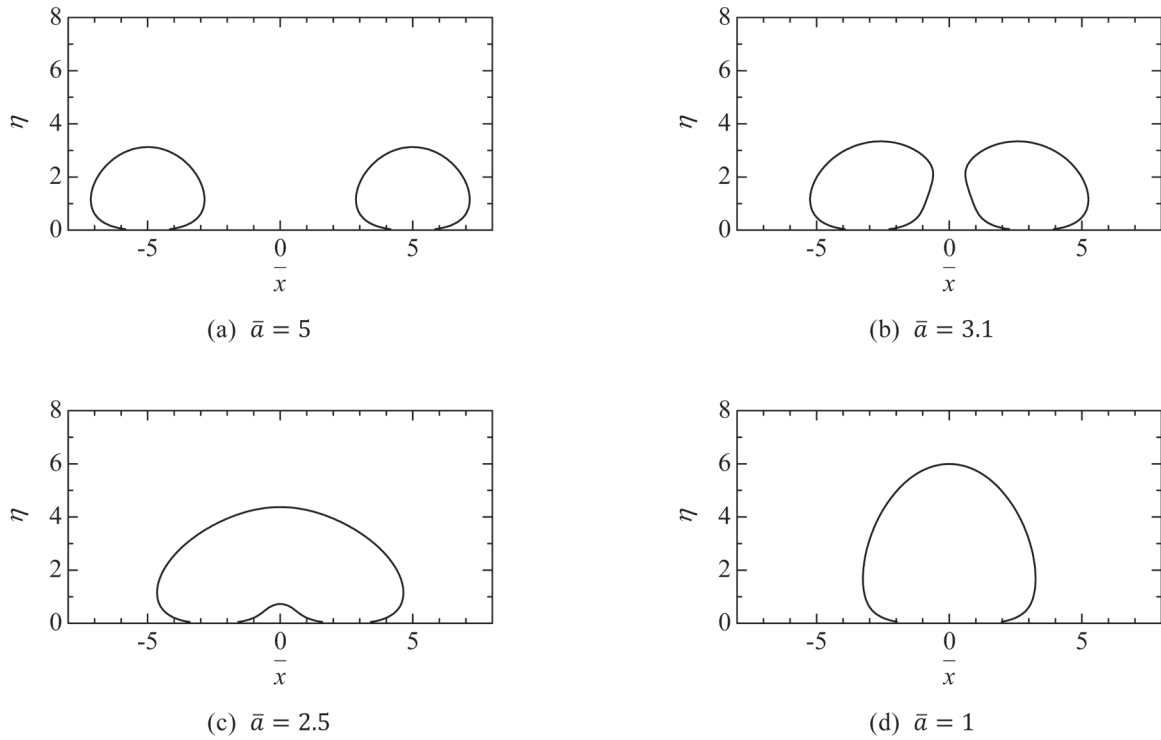


Fig.6. Predicted flame shape on the \bar{x} - η plane ($Z_{st} = 0.02$).

る。したがって、この場合の解は次式で表される。

$$Z = \frac{1}{16\eta} \left\{ e^{-[(\bar{x}-\bar{a})^2 + \bar{y}^2]/4\eta} + e^{-[(\bar{x}+\bar{a})^2 + \bar{y}^2]/4\eta} \right\} \quad (14)$$

以下では、(14) 式を用いて二つのマイクロフレームの干渉を検討する。

4. 火炎形状と限界バーナー間距離

(14) 式にはパラメータが一つ、つまり、 \bar{a} しか現れない ($2\bar{a}$ が無次元バーナー間距離に等しい)。そこで、 \bar{a} を変化させて火炎形状がどのように変化するかを検討する。異なる \bar{a} の値における火炎形状を図 6 に示す。なお、この図は、 $\bar{y} = 0$ の平面 (\bar{x} - η 平面) 上での火炎形状を示している。図 6(a) ではそれぞれの火炎が単独の火炎のように振る舞っているが、バーナー間距離が小さくなるにしたがい、図 2 に示した実験結果と同様な火炎同士の干渉が生じる。また、バーナー間距離の減少とともに火炎高さが増加する様子も図 2 と同様である。一様流中の点源噴流火炎という単純なモデルを用いて、マイクロフレーム干渉の実験結果を少なくとも定性的には再現できることを確認できる。

次に、火炎の融合が生じる限界バーナー間距離について検討する。この限界距離において火炎同士が接するのは η 軸 ($\bar{x} = \bar{y} = 0$) 上である。したがって、限界距離を求めただけなら、 η 軸上の混合分率分布のみ考えれば十分である。(14) 式に $\bar{x} = \bar{y} = 0$ を代入すると次式が得られる。

$$Z = \frac{e^{-\bar{a}^2/4\eta}}{8\eta} \quad (15)$$

η 軸上で $Z = Z_{st}$ となる点 $\eta = \eta_{st}$ が存在すれば、二つの火炎が融合しているということである。このとき、(15) 式は以下のように書き直せる。

$$-\Omega \ln \Omega = 2\bar{a}^2 Z_{st} \quad (16)$$

ただし、 Ω は次のように定義した。

$$\Omega \equiv 8Z_{st}\eta_{st} \quad (17)$$

(16) 式で表される Ω と $2\bar{a}^2 Z_{st}$ の関係を図 7 に示す。この図より、 $2\bar{a}^2 Z_{st} < e^{-1}$ の条件では Ω の二重解が存在することがわかる。これは、図 6(c) のように、 η 軸上で $Z = Z_{st}$ となる η が二点存在することに対応している。一方、 $2\bar{a}^2 Z_{st} > e^{-1}$ の場合は Ω の解が存在しない。つまり、この条件では η 軸上で $Z = Z_{st}$ となる η が存在しないことになるので、二つの火炎は融合しておらず、離れている。したがって、火炎の融合が生じる限界バーナー間距離 ($2a$) は $2\bar{a}^2 Z_{st} = e^{-1}$ という条件で表され、有次元系では次式で表される。

$$2a = \left(\frac{2}{eZ_{st}} \right)^{1/2} d \quad (18)$$

このとき二つの火炎が接する位置は $\Omega = e^{-1}$ で与えられ、

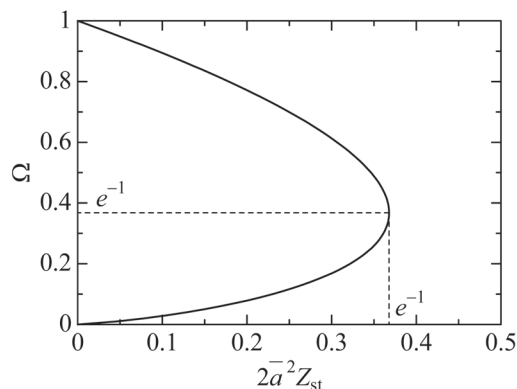


Fig.7. Flame merge curve.

その点の z 座標 z_{st} を有次元系で表すと次式になる。

$$z_{st} = \frac{1}{8e} \frac{Ud^2}{Z_{st} D} \quad (19)$$

ちなみに、単独のバーナーの解 ((11) 式) によると、火炎半径が最大となる位置の座標は有次元で次のようになる。

$$(r, z) = \left(\frac{d}{2(eZ_{st})^{1/2}}, \frac{1}{16e} \frac{Ud^2}{Z_{st} D} \right) \quad (20)$$

この座標と、(18) および (19) 式で表される火炎が接する条件はパラメータ依存性が全く同じである。したがって、少なくとも今回のモデルの枠組みの中では (18) および (19) 式の結果は妥当なものだと考えられる。なお、(18) および (19) 式の結果と (20) 式を比較すると、二つの火炎が干渉した場合、単独の火炎が形を変えずに近づくのに比べて早く火炎が接し、火炎が接する z 座標は (20) 式の z 座標よりも大きい。

今後は、燃料やバーナー径を変化させた実験や CFD 計算などにより (18) 式や (19) 式の妥当性、特に、これらのパラメータ依存性を確認する予定である。また、多数のバーナーで形成される複雑形状なマルチバーナー系デバイスの最適化などに、ここで構築した理論を活用していきたい。

5. 結言

二つの噴流拡散マイクロフレームの干渉を理論的に検討するため、一様流中の点源噴流拡散火炎モデルを用いて解析した。非常に単純なモデルで解析解も極めて容易に求められるが、実験的に観察されたマイクロフレームの干渉の様子 (図 2) を再現することができた。また、火炎の融合が生じる限界バーナー距離を導出した。

謝辞

本研究の一部は豊田理化学研究所の助成を受けて実施された。ここに謝意を表す。

References

- Ban, H., Venkatesh, S., and Saito, K., *J. Heat Transfer* 116: 954-959 (1994).
- Matta, L.M., Neumeier, Y., Lemon, B., and Zinn, B.T., *Proc. Combust. Inst.* 29: 933-939 (2002).
- Cheng, T.S., Chao, Y.C., Wu, C.Y., Li, Y.H., Nakamura, Y., Lee, K.Y., Yuan, T., and Leu, T.S., *Proc. Combust. Inst.* 30: 2489-2497 (2005).
- Cheng, T.S., Chen, C.P., Chen, C.S., Li, Y.H., Wu, C.Y., and Chao, Y.C., *Combust. Theory Modell.* 10: 861-881 (2006).
- Nakamura, Y., Yamashita, H., and Saito, K., *Combust. Theory Modell.* 10: 927-938 (2006).
- Chen, C.P., Chao, Y.C., Cheng, T.S., Chen, G.B., and Wu, C.Y., *Proc. Combust. Inst.* 31: 3301-3308 (2007).
- Kuwana, K., Tagami, N., Mizuno, S., and Ida, T., *Proc. Combust. Inst.* 32: 3115-3121 (2009).
- Hirasawa, T. and Nakamura, Y., *Japanese Unexamined Pat. App. Pub.* 2009-007971 (2009).
- Nakamura, Y. and Hirasawa, T., *Denshizairyo* (supplementary volume) (in Japanese) 7: 155-163, Kogyo Chosakai, Tokyo (2010).
- Hirasawa, T., Gotanda, K., Masuda, H., and Nakamura, Y., *Combust. Sci. Tech.* (accepted).
- Umemura, A., Ogawa, S., and Oshima, N., *Combust. Flame* 41: 45-55 (1981).
- Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., *Fluid Mechanics* (2nd Ed.), Butterworth-Heinemann (1987).
- Kuwana, K. and Ida, T., *J. High Temp. Soc.* (in Japanese) 36: 214-221 (2010).
- Williams, F.A., *Proc. Combust. Inst.* 24: 1-17 (1992).
- Roper, F.G., Smith, C., and Cunningham, A.C., *Combust. Flame* 29: 227-234 (1977).